

Preliminär version 20160205

Kopieringsunderlag till IPAn

Uttryck och ekvationer

En Ihop-Parnings-Aktivitet med låg tröskel som tränar elevers begrepps-, procedur-/metod- och resonemangsförmåga med fokus på uttryck och ekvationer

En aktivitet utvecklad i ett delprojekt HT 2014 – VT 2015 inom samarbetsprojektet *Matematikdidaktik för bättre matematikkunskaper* mellan Linköpings universitet och Linköpings- och Norrköpings kommuner

**Medverkande forskare:
Jonas Bergman Ärlebäck**

**Medforskande lärare:
Marcus Claesson (Kungsgårdsgymnasiet, Norrköping)
Malin Hällgren (Birgittaskolans vuxenutbildning, Linköping)
Sofia Lindh (Hagagymnasiet, Norrköping)
Maria Lundell (Djäkneparksskolan, Norrköping)
Mattias Nordling (Anders Ljungstedska gymnasiet, Linköping)**

Preliminär version 20160205

Kort bakgrund till aktiviteten ”Uttryck och ekvationer”

Denna aktivitet har utvecklats och utprovats i det ettåriga projektet *Ihop-Parnings-Aktiviteter – aktiviteter med låg tröskel som tränar elevers begrepps-, procedur-/metod- och resonemangsförmåga*. Projektet genomfördes läsåret 14/15 i samarbete mellan en forskare på Linköpings universitet och högstadie-, gymnasie- samt komvuxlärare i Linköpings- och Norrköpings kommuner inom samarbetsprojektet *Matematikdidaktik för bättre matematikkunskaper*.

I projektet har vi utvecklat och tagit fram så kallade *Ihop-Parnings-Aktiviteter (IPAs)* som är aktiviteter med låg tröskel och som syftar till att träna elevers begrepps-, procedur-/metod- och resonemangsförmåga i matematik. Aktiviteterna är tänkta att användas i högstadiets och gymnasiets matematikkurser och aktiviteterna fokuserar på följande matematiska innehåll:

- Samband mellan bråk
- Uttryck och ekvationer
- Exponential- och potensfunktioner
- Grundpotenser och räkneregler
- Förhållande och proportioner
- Procent – förändringsfaktor – bråk
- Linjära funktioner och linjens ekvation
- Sannolikhet

Vi arbetat med två typer av IPAs: *Process-IPAs (PIPAs)* och *Grupperings-IPAs (GIPAs)*. De två typerna kan överlappa på olika sätt, men generellt sett handlar en Process-IPA om att koppla ihop två eller flera matematiska objekt eller representationer via en procedur eller process. En Grupperings-IPA å andra sidan handlar mer om ren sortering och gruppering.

I det här materialet finns

- en kort sammanfattning av några av de erfarenheterna vi gjort under arbetet med projektet i form av kommentarer och förslag på hur man kan använda IPAs i undervisningen;
- en kort dokumentation och information om själva aktiviteten i materialet;
- kopieringsunderlag och facit.

För en mer utförlig beskrivning och diskussion av projektet i sin helhet hänvisar vi till den rapport som dokumenterat arbetet i, och resultaten från, projektet.

Om du är intresserad av att läsa rapporten eller vill veta mer så kontakta Jonas Bergman Ärlebäck (jonas.bergman.arleback@liu.se) eller besök sidan som samlat dokumentation och material från samarbetsprojektet *Matematikdidaktik för bättre matematikkunskaper*:
<http://www.liu.se/uv/lararrummet/matematikprojektet?l=sv>

Vi hoppas att du ska finna aktiviteten användbar i din matematikundervisning och att den ska ge upphov till många bra diskussioner och ett fokuserat lustfyllt lärande.

//Jonas, Malin, Marcus, Mattias, Mia och Sofia

Några erfarenheter av och förslag på implementering av IPAs

Nedan finns några av erfarenheterna från arbetet i projektet med IPAs sammanfattade. För en mer fullständig diskussion och beskrivning av såväl projektet som av IPAs hänvisar vi till projektrapporten som dokumenterat arbetet. Om du är intresserad av att läsa rapporten eller vill veta mer så kontakta Jonas Bergman Ärlebäck (jonas.bergman.arleback@liu.se) eller besök sidan som samlat dokumentation och material från samarbetsprojektet *Matematikdidaktik för bättre matematikkunskaper*: <http://www.liu.se/uv/lararummet/matematikprojektet?l=sv>

Tankar om gruppindelning, rättning och återkoppling

2-3 elever i varje grupp har visat sig ofta vara lagom. Blir det fler i gruppen kommer troligen minst en i gruppen att vara inaktiv. Grupper om endast 2 elever kan vara sårbart om båda tycker att uppgiften är svår och har problem att komma igång med aktiviteten. Det kan dessutom lätt bli för många grupper för att läraren ska kunna överblicka alla gruppernas arbete.

Rättning av elevernas arbete med IPAs och återkoppling kan ske på flera olika sätt, som t ex:

Dela ut facit: Varje grupp får ett skriftligt facit att jämföra sin lösning med. Detta är en lätthanterlig variant, speciellt när grupperna sinsemellan är väldigt olika och/eller många. Dock bjuder detta inte automatiskt in till fler djupare resonemang och motiveringar i grupperna, och risken finns att vissa lösningar är rena gissningar som råkar vara korrekta.

Läraren går runt och kontrollerar: Kan ta lång tid; svårt i stora klasser. Läraren får bra överblick.

Två grupper rättar varandras arbete: Skapar förutsättningar för djupare resonemang och motiveringar om grupperna har olika svar. Kräver att grupper blir klara ungefär samtidigt.

Rotation där en elev från varje grupp byter till en ny: Låt en elev från varje grupp gå till en annan grupp för att föra ”sin grupps talan”. Detta kan vara ett sätt att få alla i gruppen att vara delaktiga – de vet ju inte i förväg vem som ska byta till en ny grupp. Denna variant skapar förutsättningar för djupare resonemang och motiveringar om grupperna har olika svar. Rotationen kan ske även om inte alla är klara med uppgiften. Modellen kan dock upplevas som utelämnande och svårt för den som får byta grupp.

Tvärgruppsdiskussioner: Variant som kan passa bra om klassen inte är alltför stor. Varje deltagare i gruppen paras ihop med 2-3 deltagare från andra grupper. Detta kräver att alla elever i gruppen är delaktiga eftersom alla ska kunna föra ”sin grupps talan”. Skapar förutsättningar för djupare resonemang och motiveringar om grupperna har olika svar. Kräver att grupper blir klara ungefär samtidigt.

Gemensam rättning på tavlan: Varje grupp kan t ex få i uppgift att redogöra för resonemangen bakom någon eller några ”ihopparningar”. Skapar förutsättningar för djupare resonemang och motiveringar om grupperna har olika svar. Kräver att grupper blir klara ungefär samtidigt. Läraren får bra överblick.

Att låta eleverna förbereda sig individuellt

Ett sätt är att låta eleverna förbereda sig före lektionen som man ska arbeta med IPAn, är t ex genom att se en film där det matematiska innehållet presenteras eller läsa en text som inspiration. På detta sätt kan man låta eleverna förbereda sig utan att få den exakta uppgiften.

Ett annat sätt är att dela ut uppgiften i slutet av lektionen före eller låta de första minuterna av lektionen att ägnas till enskilda tankar. En nackdel med att dela ut uppgiften lektionen innan kan vara att elever som är mer måna om att ”göra rätt” än att tänka själva tar mycket hjälp och kommer med färdiga svar. En fördel med detta sätt är att de elever som behöver längre tid än bara några minuter för att riktigt hinna tänka efter själva får bättre med förberedelsetid

Uttryck och Ekvationer

Målgrupp: Högstadiet och gymnasiets kurs 1

Material:

Instruktionsblad och kladdpapper till varje elev
En uppsättning kort till varje elevgrupp
Facit

Syfte:

Att träna kommunikation i matematik i allmänhet, förenkling av uttryck och i viss mån även faktorisering av uttryck, ekvationslösning samt se skillnaden mellan begreppen uttryck och ekvation.

Kommentar till utformningen av aktiviteten:

Ekvationerna är valda så att eleverna får träna på de flesta olika huvudtyper av ekvationer och förenklingar.

Förslag på saker som kan komma upp och/eller lyftas i samband med aktiviteten:

Hur man löser en ekvation som innehåller olika nämnare, hur man multiplicerar in en faktor som består av mer än ett tal i en parentes, vad skillnaden är mellan $2x$ och x^2 , skillnaden på ett uttryck och en ekvation samt hur man bryter ut ett tal ur ett uttryck.

Förslag på genomförande:

- Dela in eleverna i grupper enligt eget tycke, kanske 3-4 i varje grupp
- Berätta kort hur övningen går till. Poängtera särskilt att alla elever i gruppen måste kunna förklara varför varje grupp av kort hör ihop.
- Dela ut instruktionsbladet till eleverna samt en uppsättning kort till var och en. Be dem att lägga ihop korten i grupper som hör ihop. Påpeka även att antalet kort i varje grupp kan variera mellan 1 och 3.
- När eleverna är klara rättar de först med en annan grupp.
- Efter elevernas rättning med varandra delas ett facit ut.
- Om en grupp blir färdig långt före de andra kan de som extrauppgift fylla i ekvationer eller uttryck som passar ihop med de kort som blev över.
- Diskutera resultaten i en avslutande helklassdiskussion. Detta kan exempelvis göras genom att man som lärare skriver upp alla ekvationer och uttryck på tavlan och därefter ber grupperna att redovisa vilka kort som hör ihop med varje respektive ekvation eller uttryck.
- Tidsåtgång: Ungefär en timme för en klass i årskurs nio eller årskurs 1 på gymnasiet.

Förslag på varianter:

Det går även att enbart arbeta med ekvationerna eller enbart uttrycken. Att blanda alltihop blir betydligt svårare än att ta en sak i taget. Uppgiften innehåller väldigt många ekvationer och uttryck så det går att ta bort några av dem om man önskar.

Förslag på elevinstruktion:

Ni har fått en uppsättning kort per grupp. Para ihop de kort som visar samma värde. Observera att vissa grupper består av två kort och vissa av tre, och att det även blir några kort som inte passar ihop med några andra.

Alla elever i gruppen måste kunna förklara varför korten i en grupp hänger ihop.

När ni är klara rättar ni er lösning med en annan grupp.

När minst två grupper är överens om lösningen får ni fråga läraren om ett facit.

Skriv något på de tomma korten så att de kort som blev över inte behöver vara ensamma längre.

$$6x + 4 = 10$$

$$x = 1$$

$$\frac{4x}{5} + \frac{12x}{10} = 4$$

$$x = 2$$

$$x + 6 = 4x - 3$$

$$x = 3$$

$$x = \sqrt{16}$$

$$x = 4$$

$$-3 + x = 9$$

$$x^2 = 16$$

$$2x + 4 = 3x - 2$$

$$x = 6$$

$$10 = 3 + x$$

$$x = 7$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} = 10$$

$$x = 8$$

$$10x + 20$$

$$10(x + 2)$$

$$10x(x + 2)$$

$$10x^2 + 20x$$

$$10(x + 20)$$

$$5x(2x + 4)$$

$$x(3x + 2)$$

$$3x^2 + 2x$$

$$3(x + 2)$$

$$6 + 3x$$

$$3x + 2$$

$$5x - 3x$$

$$x + x$$

$$2x$$

$$x \cdot x$$

$$x^2$$

$2 \cdot x \cdot x$	$2x^2$
$2 \cdot x + x$	$3x$
$x^2 + 2x$	$x(x + 2)$
$2x + 6$	