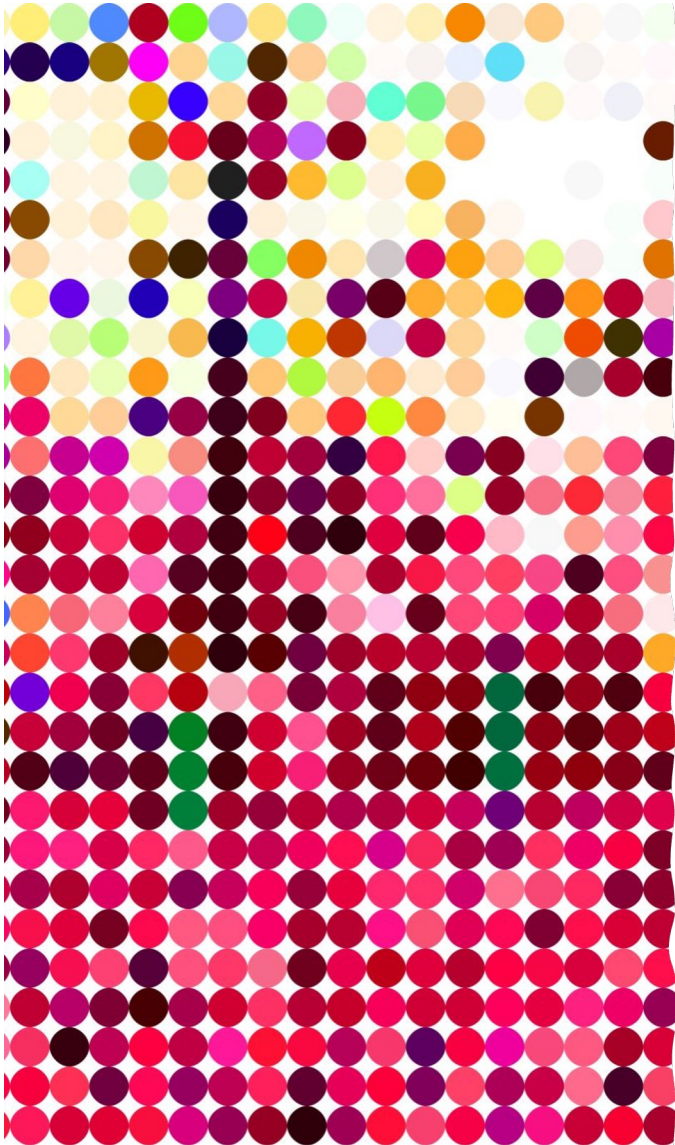




Intensivundervisning i matematik – konkreta exempel, kognitiva perspektiv och praktiska strategier.

Tuula Koljonen, universitetslektor vid Linköpings universitet och biträdande lektor vid Mälardalens universitet.

Agenda

Kaffe & smörgås innan....

15.00-16.00 **Intensivundervisning**

Paus

16.15-17.00 **Kognitiva perspektiv och diskussion**

Vad är intensivundervisning i matematik?

Definition:

En **riktad och tillfällig insats** för elever som har svårt att hänga med i den ordinarie matematikundervisningen.

Den kan bygga på **RTI-modellen** (Response to Intervention)

Kännetecken:

Genomförs i **mindre grupper eller enskilt**.

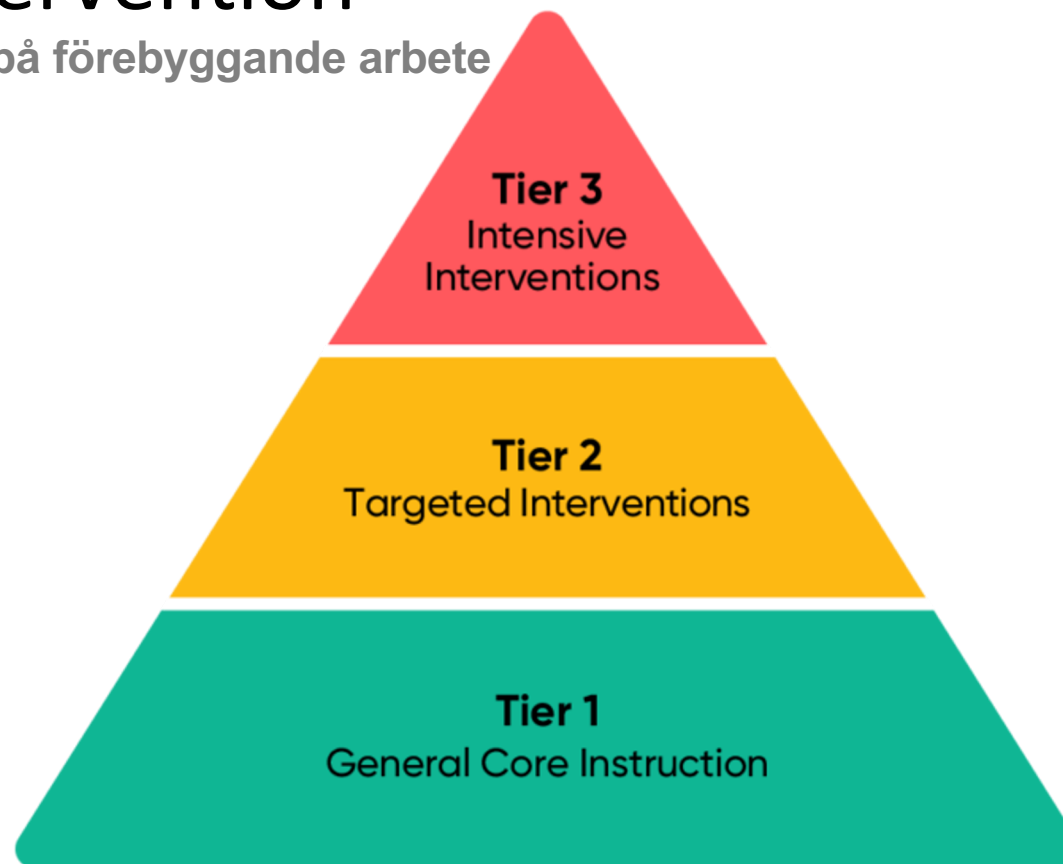
Frekventa och korta pass (t.ex. 20–40 min, flera gånger i veckan).

Fokus på att **bygga förståelse, stärka begrepp och öka självförtroende....**

RTI- Respons to Intervention

Proaktiv modell som sätter fokus på förebyggande arbete

- Screening av elevernas kunskaper
- grundläggande undervisning av hög kvalitet
- övervakning av framsteg samt kompletterande insatser och intensiva interventioner



Gersten et al. (2009)

Björn et al. (2016)

Skillnaden mellan intervention och intensivundervisning

Begrepp	"Definition"	Syfte	Omfattning	Exempel
Intervention -Educational intervention -Instructional intervention -Mathematics intervention -Targeted intervention -Tiered intervention (inom t.ex. RTI)	En riktad insats för att påverka elevers lärande.	Ofta som en del av ett forsknings- eller utvecklingsprojekt → Testa eller förbättra en viss metod, strategi eller material.	Tidsbegränsad, ofta med tydlig struktur och utvärdering.	Tex En ny undervisningsmetod för bråk testas under 6 veckor i årskurs 4.
Intensivundervisning -High dosage tutoring -Intensive instruction -Intensive math support -Small group instruction -One-on-one tutoring	Ett stöd till elever som behöver extra hjälp, ofta i liten grupp eller individuellt, med hög frekvens.	Stärka grundläggande färdigheter och minska kunskapsluckor.	Regelbunden och ofta långsiktig, t.ex. flera gånger i veckan.	tex En elev får 30 minuters stöd i taluppfattning varje dag i 5 veckor.

Definition:

En riktad och tillfällig insats för elever som har svårt att hänga med i den ordinarie matematikundervisningen.

Intensivundervisning i matematik

– förutsättningar och val

Tina - Tal i bråkform, åk 5

Materialets syfte: Stärka begreppsförståelse kring bråk för elever som missat centralt innehåll.

Struktur: *Intensivträningen* har 10 tillfällen med fast arbetsgång: uppföljning, genomgång, arbete, hemuppgift, reflektion. ⇒ Hur gör Tina?

Pedagogisk modell: Fyra faser för undervisning. Fokus på begreppsförståelse och samtal.

Material: Bråkmagneter, tallinje, bråkplank, elevhäften, diagnosmaterial.

Urval av elever: FoAT (Magma) och materialets diagnos (kryssa i det som är svårt).

Maria – Matikkaluotsi (ML), åk 5

Materialets syfte: Återuppbygga förståelse från grunden för elever med stora svårigheter.

Struktur: *En lektion innehåller flera delar.*

Individanpassad, multisensorisk undervisning med tydlig progression. ⇒ Hur för Maria?

Pedagogisk modell: Fyra faser för lärande: konkret → representativ → abstrakt → Kommunikativ fas. Fokus på språk och elevens resonemang.

Material: Taktilt material, visuella stöd, elevens egna uttryck. ”Mycket annorlunda material”

Urval av elever: FoAT, NP, beslut av EHT + Kartläggning via Matikkaluotsi, pedagogisk bedömning.

Pedagogisk grund i Tal i bråkform

Undervisningen bygger på forskning och beprövad erfarenhet, med fokus på:

- Begreppsförståelse och språkutveckling

- Förstå vad ett bråk betyder
- Se bråk på olika sätt
- Lära sig namn på bråkdelar
- Förklara med egna ord
- Stöd för förståelsen

- Konkreta representationer

- Fyra faser i undervisningen
- Skapa samband mellan representationsformerna

- Systematisk progression från konkret till abstrakt

- Bråk som del av hel till jämföra och räkna med bråk

Fyra faser i intensivträningen

(Lundqvist, Nilsson & Sterner, 2011)

1. Den konkreta fasen:

- Introduktion av begrepp med **konkret material** och **munliga förklaringar**.
- Fokus ligger på att **multisensorisk erfarenhet** (**rörelse, beröring, samtal**)
- Eleven undersöker och löser uppgifter med **lärarens stöd och förklarar med egna ord**

2. Den representativa fasen:

- Elevena möter och **arbetar med bilder och modeller**.
- De får **resonera och samtala** kring begreppen med läraren.
- Skapar **egna representationer och modeller** av matematiska problem
- Denna fas bygger broar mellan det konkreta och det abstrakta.

3. Den abstrakta/symboliska fasen:

- Matematiska **symboler och uttryck** introduceras.
- Fokus ligger på att förstå och **använda symboler och termer**.
- Utveckling av **inre mentala föreställningar** som stöd för tänkande

4. Återkopplingsfasen:

- Fokus på **samtal mellan lärare och elev**
- Sammanfattning och behärskning av begrepp och färdigheter
- Lyfter fram samband med tidigare lärande
- Grund för fortsatt undervisning och lärande

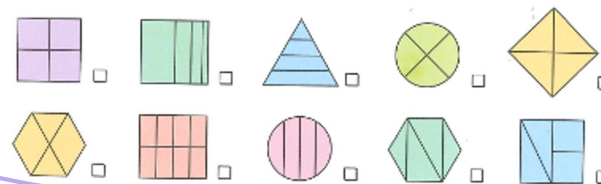
1 Del av helhet

Lärandemål:

- ★ Kunna skilja på fjärdedelar (lika stora delar som är ett bråk) och fyra *olika* stora delar, som inte kan bilda bråk.
- ★ Kunna visa att t ex en kvadrat kan delas i fjärdedelar på olika sätt, och att delarna kan se olika ut men ändå vara lika stora.
- ★ Kunna visa att storleken av en fjärdedel av t ex en cirkel beror på cirkelns storlek.
- ★ Kunna namnge delar av helhet med ett bråkuttryck och bilda namn utifrån antalet delar.

1 Del av helhet

1 Vilka av figurerna är delade i fjärdedelar? Sätt kryss.



2 Dela figurerna i fjärdedelar på olika sätt.



- Hur kan du veta att det är så?
- Försök förklara varför det är så.
- Varför är svaret rätt/fel?
- Stämmer det för alla tal?
- En annan elev löste det så här. Hur kan hon ha resonerat?
- Vad har 0,9 för likhet med $\frac{9}{10}$?
- Kan du visa det med föremål? Med bilder?
- Vad har det här för likhet med...?
- Hur skiljer sig det här talet från...?
- Vad skulle hända om i istället... (ändra på något)?
- Är det alltid så?

1 Del av helhet

Lärandemål:

- * Kunna skilja på fjärdedelar (lika stora delar som är ett bråk) och fyra olika stora delar, som inte kan bilda bråk.
- * Kunna visa att t ex en kvadrat kan delas i fjärdedelar på olika sätt, och att delarna kan se olika ut men ändå vara lika stora.
- * Kunna visa att storleken av en fjärdedel av t ex en cirkel beror på cirkelns storlek.
- * Kunna namnge delar av helhet med ett bråkuttryck och bilda samma utifrån antalet delar.

Material:

3 stickor, 2 korta snören, 2 olika långa snören som inte rullar sig, K3 samt K4.

Förberedelser: Kopiera och klippa ut 2 exemplar vardera av K3 och K4. Kopiera K3 på kraftigt färgat papper.

Spåra de utklippta figurerna, eftersom de ska användas vid fler tillfällen.

Det är viktigt att gå tillbaka till de grundläggande begreppen så att eleven får en stabil grund och kan känna självförtroende, samt våga och lyckas i arbetet med bråk. Ofta kan tidiga missuppfattningar eller ofullständiga begrepp vara orsaken till att eleven har problem med att hantera bråk på mellanstadiet. Därför inleds tillfället med att skilja på t ex fjärdedelar och fyra olika delar. Endast stambråk tas upp.

Genomgång inför uppgift 1

- Låt eleven bryta en sticka i två delar. Berätta att bryta även kan kallas att *bräcka* och att ordet *bråk* kommer just från *bräcka*. Bryt en av stickorna precis på mitten. Fråga eleven vad delarna kallas (halvor) och visa att de är lika långa. Bryt den andra stickan så att det blir två olika långa delar och fråga eleven om dessa delar också kallas halvor. *Varför inte? På samma sätt kan det måste delas i lika stora delar vid bråk.*
- Låt eleven klippa ett av de långa snörena i två halvor. Observera om eleven viker på mitten först. Fråga hur stor del av hela snöret en av delarna är. Sedan får eleven klippa de andra lika långa snöret i två olika långa delar och konstatera

att man nu inte får kalla delarna för halvor. Till sist ska eleven klippa ett kort snöre i två halvor. Jämför längden av ett av dessa halva snören med det första halva snöret. Eleven ska uppfatta och kunna sätta ord på att *storleken av en halv beror på storleken av den helhet som delas.*

- Visa de fyra cirkelarna längst ned i inforutan på sidan 4 i elevhäftet.
 - Hur många lika delar är varje cirkel delad i? Vad kallas då en sådan del?
 - Kan alla målade delar vara lika (en fjärdedel) fast de är olika stora? (Ja, det är en fjärdedel av respektive cirkel. Ordet fjärdedel säger här inget om hur stor den är, bara att det är en av delarna i en helhet som är delad i fyra lika stora delar.)

Eleven gör uppgift 1

Observera hur eleven avgör fjärdedelar. Ställ frågor:

- Hur vet du att ditt kryss här är rätt?
- Är de här delarna lika stora?
- Varför ska det inte vara ett kryss här?
- Hur skulle du kunna pröva om den sista figuren är delad i fjärdedelar?

Lägg fram en av de utklippta fjärdedelarna från en stor cirkel (K3). Låt eleven namnge delen och sedan lägga alla fyra fjärdedelarna till en cirkel. Därefter får eleven en fjärdedel av kvadraten. Samtala med eleven om att man inte kan avgöra vad det är för del utan att se helheten. Om man bildar en kvadrat av två sådana delar är varje del en halv, och om man bildar en kvadrat av fyra sådana delar är varje del en fjärdedel. Låt eleven jämföra storleken av en fjärdedel från kvadraten med en fjärdedel från cirkeln och be eleven förklara hur båda kan kallas fjärdedelar trots att de ser olika ut och är olika stora. Eleven ska inse att var och en är en fjärdedel, men en fjärdedel av cirkeln respektive kvadraten.

Genomgång inför uppgift 2

Ge eleven en av de utklippta kvadraterna (K4), som ska vikas så att ni ser fjärdedelarna när papperet viks ut. Tipsa om att dra hårt med fingret över vecken, så att de syns tydligt. Ge eleven ytterligare två likadana kvadrater. Även de ska vikas så att ni ser fjärdedelar, men alla tre kvadraterna ska vikas på olika sätt. Ellersom kvadraterna är lika stora måste alla fjärdedelar vara lika stora trots att de har olika form.



Pinnar

Vi får prova om vi kan, om vi kan. Om vi kan bryta den här mitt i tu? För vet ni? Bråk handlar faktiskt om att man bryter någonting mitt itu. Kan du bryta din eller klippa den?

E2: inte riktigt.

L: Inte min heller. Varit din i mitten?

E2: Inte riktigt mitten.

L: Ja, ganska bra faktiskt. Hur är det med din E3?

Om du tar din (pekar på E3 två delar)

Vad kan man kalla en av de här bitarna då?

Vad skulle du säga om det här?... Om vi säger så här den här är hel, den här är ju hel. Vad är då den här?

E2: Lika långa

Snöret: Dela lika

E1:...Man kan säga att det är en halv...

En bra halva...

E2: Lika långa

➔ L1: Exakt lika långa

Lika stora

Är alla halvor lika stora?

Varför/varför inte



1. Repetition

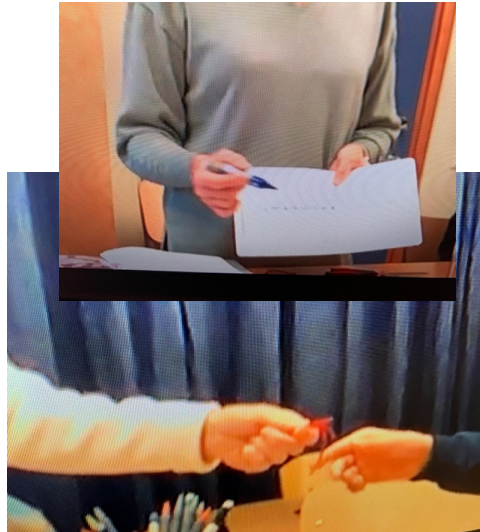
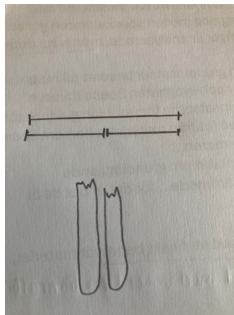
Vad vet vi om bråk?

En hel
En halv

Ej en halv /pinnarna)

2 snören av 4 dvs $\frac{2}{4}$

3 dvs $\frac{3}{4}$...

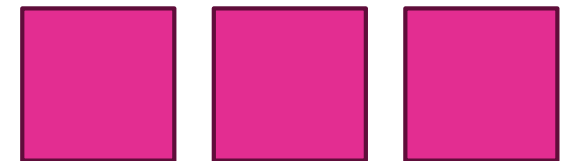
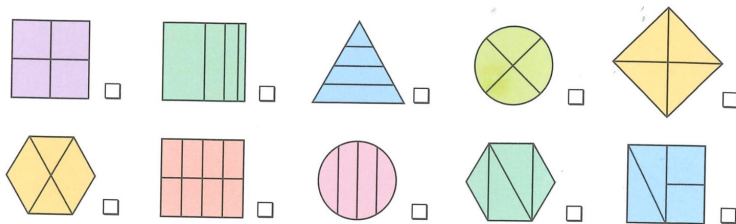


- Hur kan du veta att det är så?
- Försök förklara varför det är så.
- Varför är svaret rätt/fel?
- Stämmer det för alla tal?
- En annan elev löste det så här. Hur kan hon ha resonerat?
- Vad har 0,9 för likhet med $\frac{9}{10}$?
- Kan du visa det med föremål? Med bilder?
- Vad har det här för likhet med...?
- Hur skiljer sig det här talet från...?
- Vad skulle hända om i istället... (ändra på något)?
- Är det alltid så?

L: ...*Nu kan ni en massa bråk*

2. Uppgift 1

1 Vilka av figurerna är delade i fjärdedelar? Sätt kryss.



FoAT och K1a-diagnos (Tal i bråkform)

[illegible][illegible]

10. Diagonos

8. Fortsättelseutredningen.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ $\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ $\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ $\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ $\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

9. Räkna. Skriv svaren i blanka fält till de gilla.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$ $\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ $\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

10. Ett nytt prill är 15 m långt. Två tvärsnitt är:

Ena tvärsnittet ligger på rött och roten är blått.
Hur mycket får man exportera av skott?

11. Ett skärf är 80 m och botten är $\frac{2}{3}$ är 60 m.
Hur mycket får man veta om?

12. Niemi och hemmet syns från dalen på en pizza.
Niemi tar halva pizzan och hemmet tar enmånadens
halva kaka på pizzan. Hur stor del av halva pizzan
får varje stycke?

13. Skriv namnen.

4. Fortsätt utredningen.

14. Fortsätt utredningen om inte vad det är.
Rita och skriv.

Repetitionsuppgift 1200 Algebra, Geometri och Räkning
Redovisningsuppgift 1200 Algebra, Geometri och Räkning
Redovisningsuppgift 1200 Algebra, Geometri och Räkning

33

Sått skrivt vrid uppgifter som du tycker är intressanta.

1. Vilka av figurenerna är likvärdiga (representerar samma värde)?

2. Hur stor är den runda figuren jämfört med den enkla?

3. Mått på stor del av varje figuren som bråkdel av helheten.

4. Räkna ut $\frac{2}{3}$ av antalet kuglar.

5. Beräkna och skriv i rutan antalet kuglar:

6. Vilka bråk är markerade på talstrålin? Skriv i blandad form där det går.

7. Markera varje bråk till en pil och skriv bråket ovanför.

[illegible]

Sätt krytt vid uppgifter som du tycker är svåra.

1. Vilka av figurerna är delade i fjärdedelar? Sätt krytt.

2. Hur stort är varje figur är målat? Svara med bråk.

3. Måla så stort av varje figur som bräket visar.

4. Ringa in $\frac{3}{4}$ av antalet kulan.

5. Beräkna och fyll i rätt antal kronor.

6. Vilka bråk är markerade på tallinjen? Skriv i blandad form där det går.

7. Markera varje bråk med en pil och skriv bräket ovanför.

[illegible]

Resultat: Mycket goda framsteg i bråk. Tydliga framsteg för övrigt

Pedagogisk grund i Matikkaluotsi (ML)

Undervisningen bygger på både forskning och erfarenheter med fokus på att eleverna verkligen ska förstå grunderna och minnas

- Fyra faser i lärandet

- Språkutveckling

 - Eleven får sätta ord på **sitt tänkande**

 - Läraren lyssnar nog på **hur eleven tänker**- viktigare att tänka rätt!

- Systematisk progression

 - Varje lektion bygger på **den föregående**

 - Inget hoppa över- **alla moment lika viktiga**

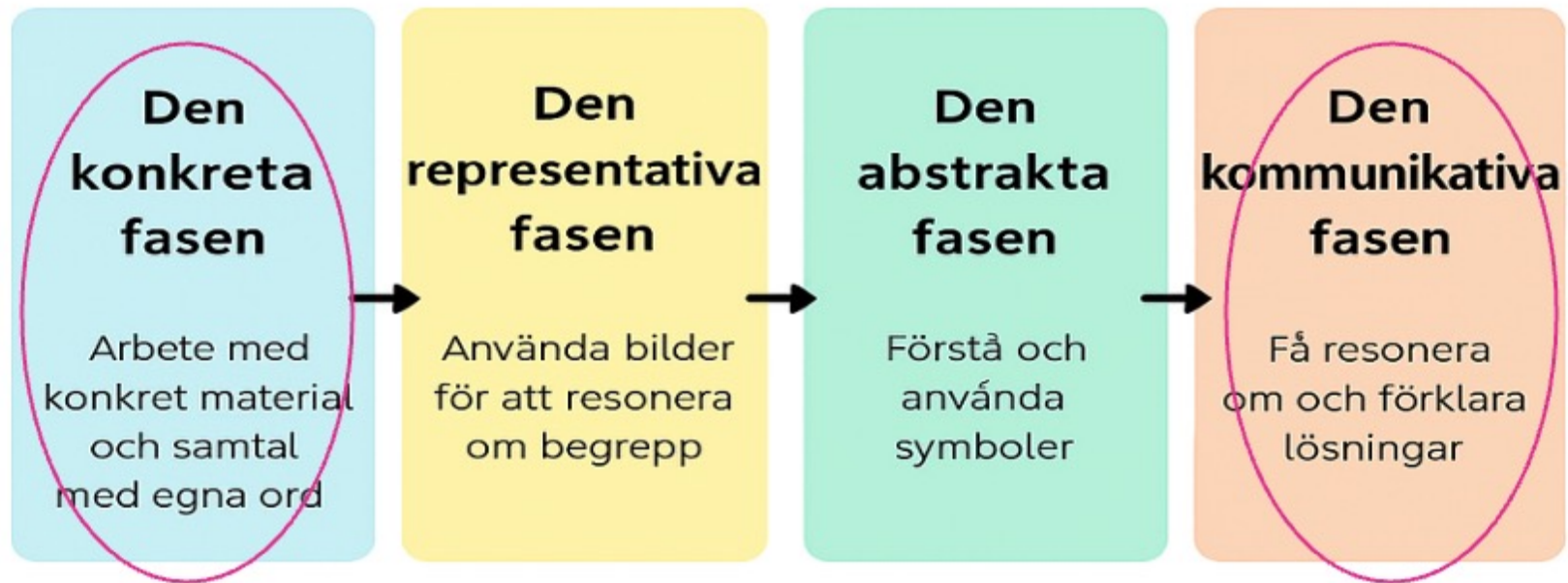
 - Om det är svårt, gör man om det igen

- Multisensoriskt lärande

 - Eleven **ser, gör, pratar och ritar**- hjälper hjärnan att minnas

 - Fokus på **upplevelser och förståelse**, inte på att räkna rätt

Fyra faser i lärandet



Vad är viktigt i undervisningen:

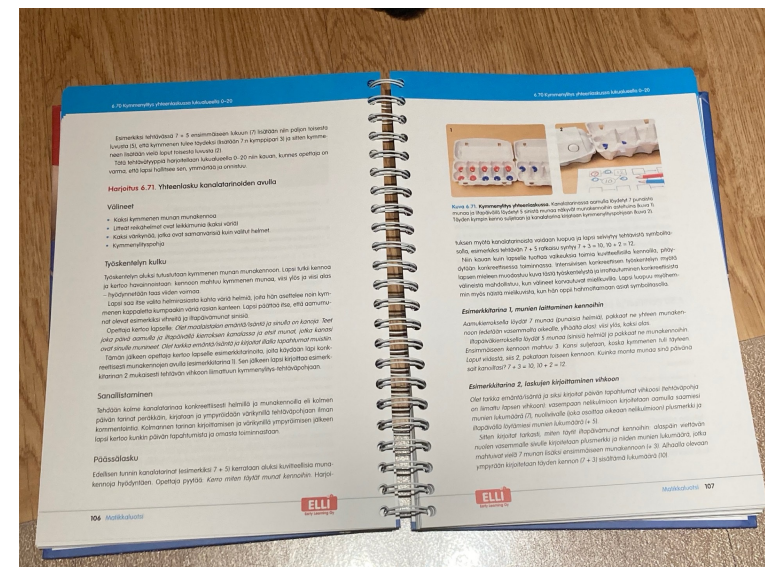
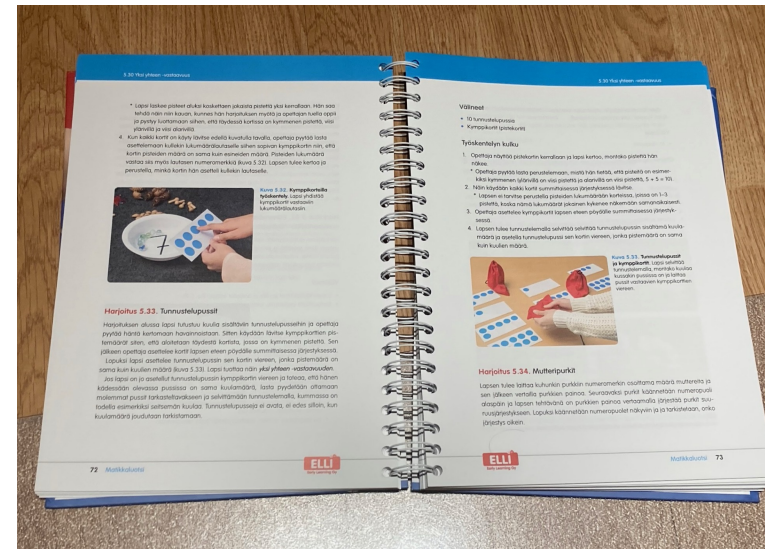
- **Språk och samtal** (resonemang) – eleven berättar om sitt tänkande
- Minnesprocesser – koppling mellan görande, språk och hjärnan för att **förstår vad hen gör**, inte bara räknar ut svar ➔ **Minns bättre** (hjärnan kopplar ihop språk, handling (görande) och känsla).
- **Trygghet och motivation** - eleven återberättar och reflekterar. Blir delaktig och aktiv i sitt lärande

Maria ➔ Matikkalouts

Urval av elever: tre elever på mellanstadiet, åk 5. Behov av särskilt stöd. En-till-en undervisning

Eleverna har 1 lektion i veckan, 50-60 min ➔ 10-12 lektioner under terminen.

Ger stöd till lärarna under 5 veckor där hon hjälper dem att ta emot eleven i klassrummet.



Lektionsmoment



- Uppvärmning (rörelse, stretch) samt balans,
- Arbete med den mentala tallinjen, dvs "kulbandet/pärlbandet"
- Aktiviteter utifrån målbilden, dvs vad behöver eleven träna på
Inkl. spel/puzzel/bygg (utvecklar tänkande, finmotorik, samarbete)
- Waldo-bok, 2 min (tränar koncentration och visuell perception)



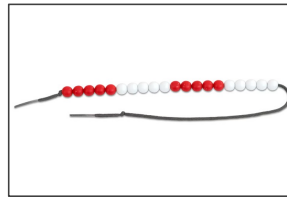
- Kort avslutning om känslan, dagens innehåll och om nästa lektion.

Eleven har även alltid möjlighet att dricka vatten under lektionen.

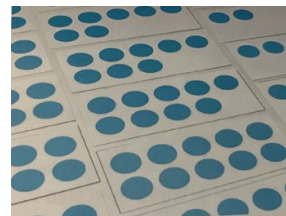
Exempel från Marias undervisning

Uppvärmning (rörelse, stretch) samt balans

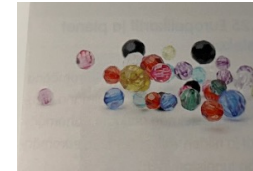
1. Kulband/pärlband



2. Hur många prickar? Hur är de ordnade? Vad är det för skillnad på dessa två? Fyll på till full bricka? Lägg dem i ordning. Hitta 10 kompisarna= säg dem 2 röda och 8 blåa, 8 röda och 2 röda



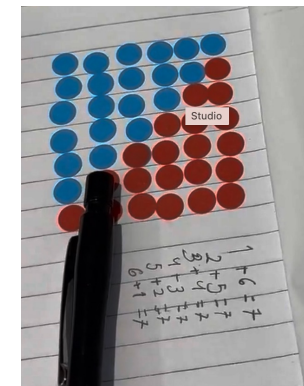
- Diamanter för att träna på talkamraterna till 7

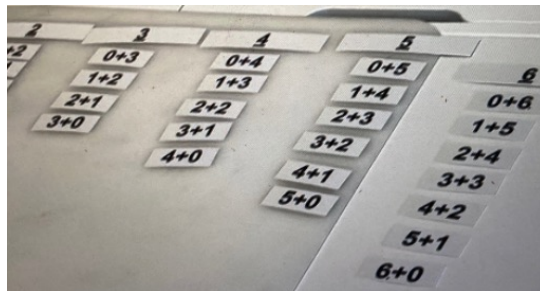
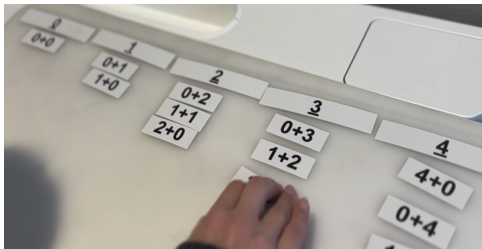
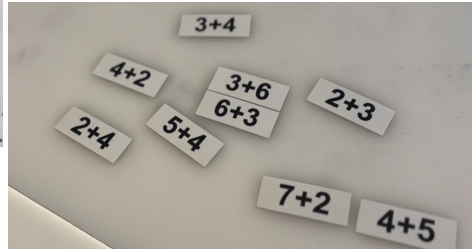


- Äggkartonger för att träna på tiotalsövergång

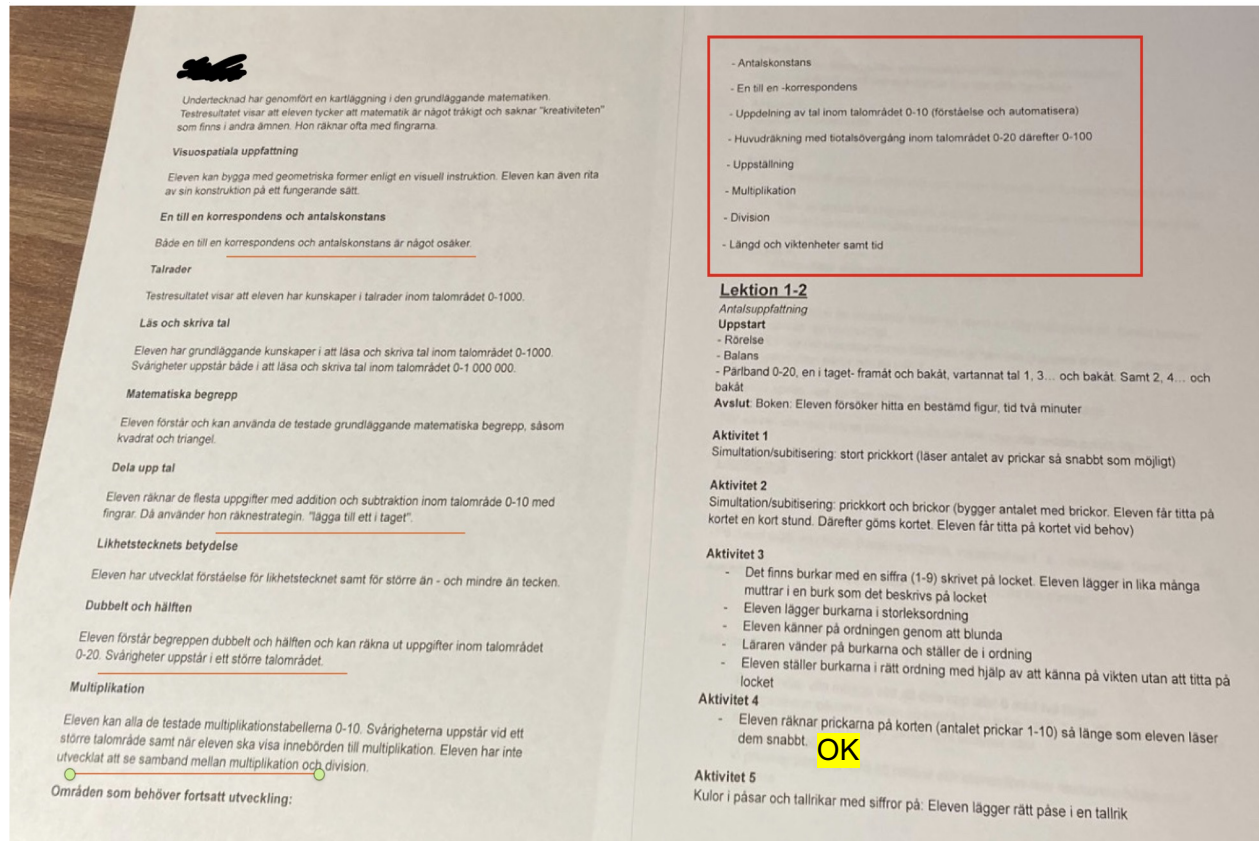


- Talkamrater till 7 (röda och blå klisterlappar)





Observation och uppföljning



*FoAT, NP, Matikkaluotsis
kartläggningsmaterial ⇒
kontinuerlig uppföljning och
bedömning under lektionerna*

*“Dessa tre elever som din studie
följer har utvecklats väl i sin
matematikutveckling. Två av dem
har utvecklats till den nivå att
lära inte känner längre oro
kring deras matematikutveckling.
Dock kommer stödet fortsätta en
termin till så att vi kan se att
kunskaperna kvarstår”*

Resultat: Tydliga framsteg. 2
elever tillbaka i klass

PAUS



Inlärningsssvårigheter i matematik –

ett brett begrepp som inkluderar både generella och specifika

Dyskalkyli –

*en specifik inlärningsssvårighet med
neurologisk grund.*

Svaga matematiska färdigheter –

*kan bero på flera faktorer, inte
nödvändigtvis dyskalkyli.*

Orsakerna till svårigheter är komplexa

Inlärningssvårigheter i matematik kan bero på:

- Biologiska faktorer (t.ex. dyskalkyli, nedsatt antalsuppfattning)
 - Kognitiva faktorer (t.ex. svagt arbetsminne, koncentrationssvårigheter)
 - Emotionella faktorer (t.ex. matematikångest, låg motivation)
 - Miljömässiga faktorer (t.ex. bristande undervisning, otillräckligt stöd)
1. Didaktiska/pedagogiska/strukturella skolan tex undervisningsmetoder och ensidig färdighetsträning
 2. Psykologiska inre brister hos individen tex bristande motivation/ansträngning
 3. Sociologiska yttre miljön och social klass eller understimulerade miljöer
 4. Medicinska/neurologiska defektorienterat (hjärnskada, funktionsnedsättningar)

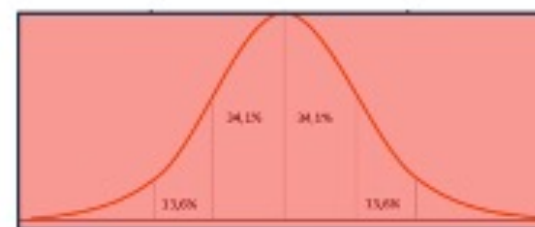
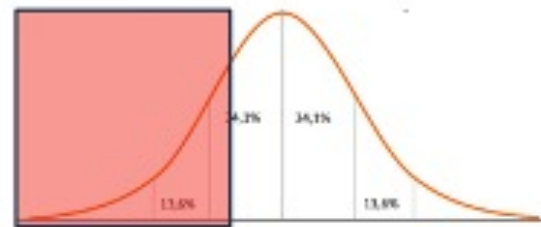
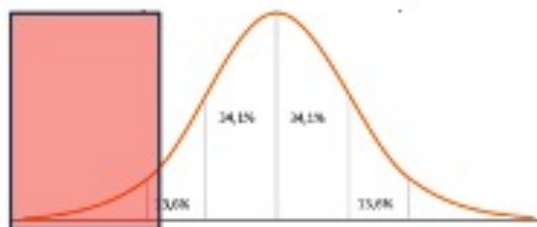
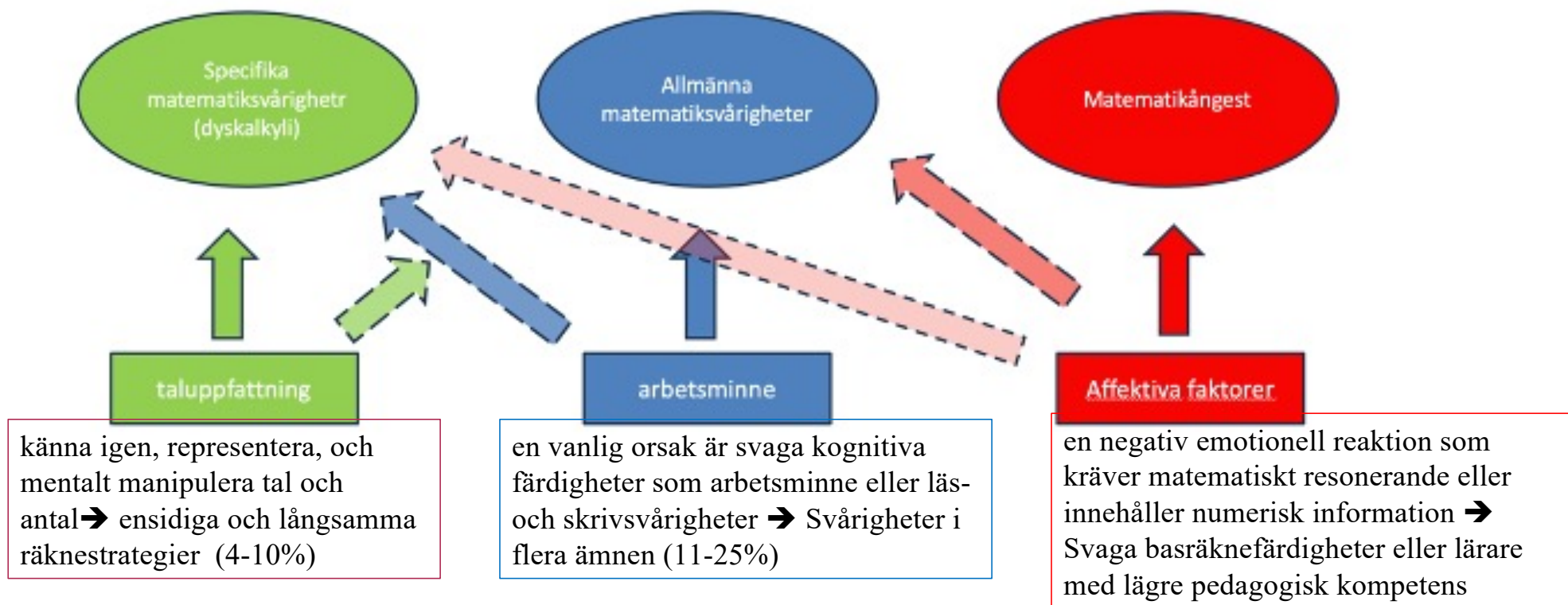


Bild av
Hellstrand



Översikt

1. Grundläggande kognitiva processer
2. Kognitiva processer och undervisning
3. Evidensbaserade undervisningsmetoder

1. Grundläggande kognitiva processer

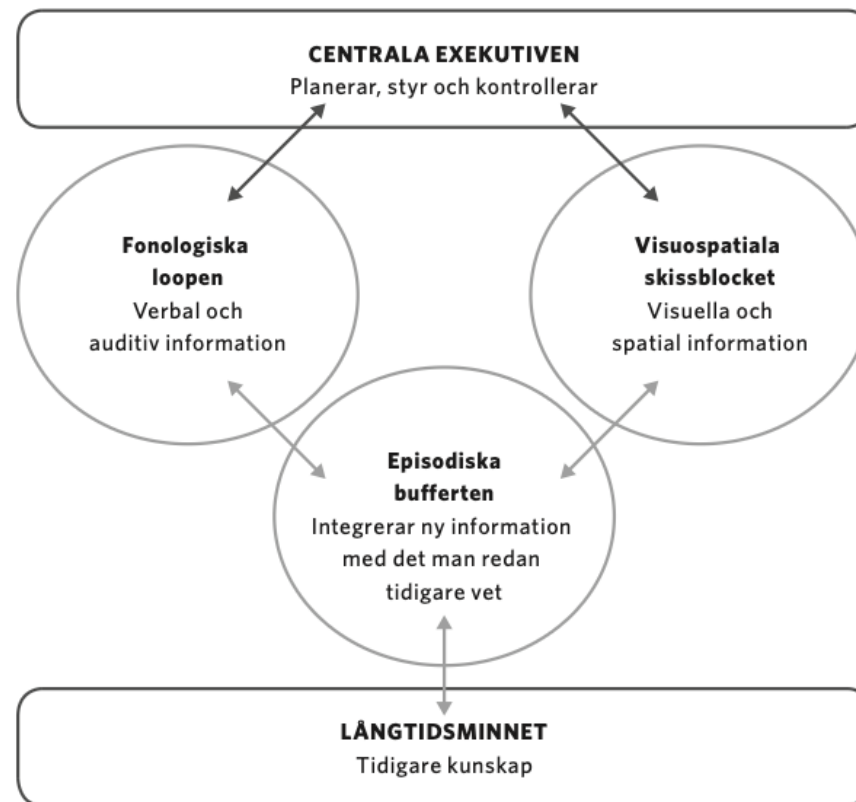
- Kognitiva processer är grundläggande för att 1) **förstå matematiskt lärande** till att 2) **bättre stödja** våra elever
- Vi kommer att titta på:
 - informationshantering,
 - Minne och inläring,
 - Språk
 - (Problemlösning och beslutsfattande)

Informationshantering

1. **Perception** är processen där vi tolkar sensorisk information - *Hur vi uppfattar numeriska och geometriska former.*
2. **Uppmärksamhet** handlar om vår förmåga att fokusera på specifik information medan vi ignorerar annan - *Fokus på matematiska uppgifter.*
3. **Arbetsminne** handlar om vår förmåga att hantera numerisk information och utföra komplexa beräkningar – *Den del av minnet där vi tillfälligt lagrar och bearbetar information*

Minne är avgörande för lärande

- **Korttidsminne:** Lagrar information under korta perioder. Tex när man behöver hålla flera steg i huvudet samtidigt.
- **Långtidsminne:** Lagar information är viktig för att behålla kunskap. Tex. lagring av matematiska regler och procedurer.
- **Arbetsminne:** Bearbetar information från korttidsminne och långtidsminne



FIGUR 2.1 En enkel modell av hur arbetsminnets delar samverkar.

Språk

- Matematiskt språk: Terminologi och symboler för att uttrycka matematiska idéer.
- Språkutveckling → begreppsförståelsen...
- Språkets roll i kognitionen

Språk (Läsning) vs Matematik

Läsning: En kod som knäcks engång

- **Avkodning (phonics)** – att kunna koppla bokstäver till ljud.
- **Språkförståelse** – att förstå vad orden och meningarna betyder.

När elever lär sig läsa, handlar det mycket om att knäcka en **grundläggande kod** hur bokstäver och ljud hänger ihop. När den koden är knäckt, kan de använda den för att läsa nya ord. Det är en relativt stabil kod – den förändras inte mycket från ord till ord.

Matematik: Flera koder att knäcka

- Lära sig **olika representationsformer** (symboler, bilder, konkreta objekt).
- Förstå **abstrakta begrepp** (t.ex. tal, funktioner, ekvationer).
- Använda **olika metoder och regler** beroende på kontext (t.ex. olika sätt att lösa problem).

Helenius menar att i matematik måste man **knäcka flera koder**, ofta i följd:

Det är alltså inte en enda kod som ska knäckas, utan **många små koder**, och det kan skapa en känsla av att matematiken är svårare.

”Minimera” antalet koder?

Lärare bör:

- Hjälpa elever att se **mönster och regler** som gäller brett, så att de kan säga:
"Så här är det alltid."
- Undvika att presentera varje nytt moment som en helt ny kod, utan istället bygga vidare på tidigare förståelse.
- **Förenkla och generalisera** där det går.....

Exempel:

- Istället för att lära ut varje räknesätt separat, kan man visa hur alla bygger på samma principer – t.ex. att addition och subtraktion är varandras motsatser.

Skillnader mellan koder i läsning och matematik

Aspekt	Läsning	Matematik
Typ av kod	Språkliga, fonologiska, semantiska, grammatiska	Begreppsliga, strukturella, symboliska, procedurmässiga
Kodens stabilitet	Många koder är konstanta när de väl är knäckta (t.ex. bokstavsljud)	Koder måste knäckas om och om igen i nya sammanhang (t.ex. minustecken i olika kontexter)
Utvecklingsgång	Mer linjär progression – från avkodning till förståelse	Mer grenad progression – nya begrepp bygger på flera tidigare
Generaliserbarhet	Många regler gäller alltid (t.ex. "s" låter som /s/)	Många regler gäller ibland – beroende på kontext (t.ex. division kan betyda olika saker)
Representationer	Främst text och språk	Många olika: symboler, bilder, tabeller, grafer, konkreta material
Kognitiv belastning	Hög i början (avkodning), minskar med automatisering	Hög genom hela utvecklingen – kräver ständig tolkning och omstrukturering
Missuppfattningar	Ofta kopplade till uttal, ordförståelse, grammatik	Ofta kopplade till begreppsförvirring, symboltolkning, procedurval

Kognitiva processers påverkan på undervisning

Genom att förstå hur elever tänker, bearbetar information och lär sig, kan vi bättre stödja deras lärande....

Att förstå de kognitiva processerna bakom lärande kan vi inte bara identifiera svårigheter – vi kan också förebygga dem.

➔ Det medför att vi kan skapa en mer inkluderande och effektiv matematikundervisning....

Kognitiva faktorer bakom svårigheter

- **Arbetsminne** – påverkar förmågan att hålla flera steg i huvudet vid problemlösning.
- **Språk** – påverkar förståelsen av instruktioner och utveckla matematiska begrepp.
- **Uppmärksamhet och exekutiva funktioner** – påverkar uthållighet och strategi. Svårt att fokusera på uppgiften eller hålla kvar fokus.

Jämförelse av minnessvårigheter i matematik

Typ av minne	Typiska svårigheter	Exempel i matematik	Möjliga stödstrategier
<u>Korttidsminne</u>	<u>Svårt att hålla information under korta perioder</u>	Svårt att lösa komplexa problem som kräver flera steg	<u>Använda visuella stöd, upprepa instruktioner</u>
Långtidsminne	Svårt att komma ihåg information över längre tid	Svårt att komma ihåg matematiska regler och procedurer	<u>Repetera och öva regelbundet, använd minnesstrategier...</u>
<u>Arbetsminne</u>	Svårt att hantera och bearbeta information samtidigt	Svårt att hålla flera steg i huvudet samtidigt, tappar bort delresultat	<u>Använda steg-för-steg-instruktioner, visuella stöd, automatisera basfärdigheter</u>

Evidensbaserade undervisningsmetoder

Hur man effektivt stärker *matematiska färdigheter*

1. **Explicit undervisning** med tydligt mål, innehåll och undervisningsmetoder och där undervisningen är uppdelad i mindre enheter där svårighetsgraden och barnets/elevens självständighet ökar stegvis medan lärarens stöd samtidigt minskar. → [Modellering](#)
2. **Varierande och mångsidiga sätt att representera innehållet**, vilket gör att barnet/eleven får bredare förståelse för innehållet, hur och när det används. → [CRA](#), [KLAG/Fyrfältaren](#)
3. **Fokus på grundläggande matematiska färdigheter**, eftersom mer komplexa matematiska färdigheter bygger på de grundläggande matematiska färdigheterna. Det är viktigt att inte fastna om barnet/eleven har svårigheter med de grundläggande matematiska färdigheterna, utan att arbeta mer kompenserande. → [lärarkompetens om lärande](#)
4. **Stödja det matematiska ordförrådet**, eftersom barnet/eleven behöver ha ett språk för att kunna kommunicera det matematiska innehållet. → [förstå och använda begrepp \(fler än, lika många, skillnad...\)](#)
5. **Tillräckligt med tid för att öva och befästa färdigheterna**, för att dels få färdigheter som bär långsiktigt, dels att känna att man lyckas. Därför är det viktigt att medvetet välja ut det innehåll som undervisningen ska fokusera på och vid behov lämna utanför (eller till senare) en del av innehållet. → [Repetera](#)

Undervisningsstrategier baserade på kognitiv förståelse

Exempel på strategier:

- **Visuella hjälpmedel:** Diagram, bilder och konkreta material som gör abstrakta begrepp mer begripliga.
- **Metakognitiva strategier:** Hjälpa elever att tänka om sitt eget tänkande – t.ex. genom att ställa frågor som 'Vad vet jag?' och 'Vad behöver jag ta reda på?'
- **Differentierad undervisning:** Anpassa tempo, nivå och stöd efter elevens behov.
- **Repetition och struktur:** För att avlasta arbetsminnet och skapa trygghet i lärandet.

Princip	Undervisningsstrategi (engelsk term + antal studier)	Beskrivning
Att inlärnin g förutsätter att information förs från arbetsminne till långtidsminne	Utspritt lärande (spaced learning, 20 studier)	Utspritt lärande är en undervisningsstrategi som bygger på antagandet att elever lättare lär sig när ett undervisningsinnehåll delas upp och sprids ut över tid.
	Interfoliering (interleaving, 12 studier)	Interfoliering bygger på antagandet att om elever får möta likartat (men inte exakt samma) innehåll och aktiviteter, så utvecklas deras förståelse.
	Återkallningsövningar/testbaserat lärande (retrieval practice, 21 studier)	Återkallningsövningar/testbaserat lärande bygger på antagandet att kunskap befasts genom att sådant som finns i långtidsminnet aktiveras och används.
Att information bearbetas i arbetsminnet	Kognitiv belastning/avlastning (managing cognitive load, 47 studier)	Kognitiv belastning/avlastning bygger på antagandet att det är viktigt att arbetsminnet inte fylls med ovidkommande information och därigenom överbelastas.
	Multimedialt lärande, inklusive dubbel kodning (multimedia learning, including dual coding, 55 studier)	Undervisning med utgångspunkt i scheman och mentala modeller är baserad på antagandet att en individs kunskap är organiserad i en sorts mentala modeller (scheman).
Att arbetsminnet har en begränsad kapacitet och kan bli överbelastat	Scheman/mentala modeller (working with schemas, 25 studier)	Bygger på idén att arbetsminnet kan avlastas genom att information presenteras i olika format.
	Förkroppsligat lärande (embodied learning, 14 studier)	Förkroppsligat lärande bygger på antagandet att kroppen och rörelse kan användas för att underlätta lärande.

STORT TACK FÖR ATT NI LYSSNADE



Tuula Koljonen
Mälardalens universitet
tuula.koljonen@mdu.se

Linköpings universitet
tuula.Koljonen@liu.se