ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2017-01-04 kl. $8^{00} - 13^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Låt $f(x, y) = (x + 2y)^2$
   (a) Avgör med hjälp av definitionen om funktionen f är differentierbar i punkten $(1, 0)$. (3p)
   (b) Bestäm tangentplanet till funktionsytan $z = f(x, y)$ i punkten $(1, 0)$. (3p)
2. Bestäm konstanten a så att planet $2x + 2y + z = a$ tangerar ytan $x + y^2 + z^4 = 1$. (6p)
3. Bestäm $\iint_D xy\sqrt{x^2 + y^2}dxdy$ då D är triangeln med hörn i punkterna $(0, 0)$, $(1, 0)$ och $(1, 1)$. (6p)
4. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen $f(x, y) = x - x^3y^4$ antar i området $x^2 + y^4 \leq 1$. (6p)
5. Bestäm volymen av det område som begränsas av ytorna $z = x^2$, $y+z = 1$ och $y = 0$. (6p)
6. Funktionen $z(x, y)$ har kontinuerliga derivator och uppfyller ekvationen (6p)
   $$z^3 + z(y^2 + 1) + x^3 - 3x + y^2 - 8 = 0$$
   Bestäm alla stationära punkter till funktionen $z(x, y)$.
7. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)
   $$x^2 z''_{xx} - y^2 z''_{yy} + xz'_x - yz'_y = 0, \quad x > 0,\ y > 0$$
   genom att utnyttja variabelbytet $x = e^{u+v}$, $y = e^{u-v}$.