

### Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Bestäm, om möjligt, en funktion  $f(x, y)$  som uppfyller att (6p)

$$\begin{cases} f'_x(x, y) = 2xy \\ f'_y(x, y) = x^2 + 2y \end{cases}$$

**Svar:**  $f(x, y) = x^2y + y^2$ .

2. Betrakta differentialekvationen (6p)

$$3\frac{\partial f}{\partial x} + 2\frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

Lös ekvationen genom att införa nya variabler  $u = 3x + 2y$  och  $v = 2x - 3y$ .  
Här antas  $f$  vara kontinuerligt deriverbar.

**Svar:**  $f(x, y) = g(2x - 3y)$ .

3. Givet funktionen (6p)

$$f(x, y) = x^2 + 2xy + xy^2.$$

Bestäm och klassificera alla stationära punkter till funktionen  $f(x, y)$ .

**Svar:** Stationära punkter är  $(0, 0)$ ,  $(0, -2)$  och  $(\frac{1}{2}, -1)$ . Ett lokalt minimum i  $(\frac{1}{2}, -1)$  och sadelpunkter i  $(0, 0)$ ,  $(0, -2)$ .

4. Bestäm tangentplanet till ytan (6p)

$$\mathbf{r}(s, t) = (se^t, \sin(st), 2s)$$

i punkten  $(1, 0, 2)$ .

**Svar:** Tangentplanetets ekvation är  $-2x + 2y + z = 0$ .