

TENTAMEN

Datum:	10 januari 2018
Tid:	14-18
Provkod:	TEN1
Kursnamn:	TNSL05 – Optimering, modellering och planering
Institution:	ITN
Antal uppgifter:	5
Betygskrav:	För godkänt krävs normalt 12 p, betyg 4 kräver 16p och betyg 5, 21p.
Examinator:	Joakim Ekström
Jourhavande lärare:	Marcus Posada, 011-363564
Kursadministratör:	Marie-Louise Gustafsson, 011-363121
Tillåtna hjälpmedel:	Miniräknare, ett A4-blad med valfri text/bilder/anteckningar på båda sidor, ordlista för översättning till svenska efter behov

Utlämning av skrivningar sker tidigast efter att resultat har meddelats med e-post. Kortfattat lösningsförslag publiceras på kursens hemsida vid skrivningstidens slut.

Tentamensinstruktioner

När Du löser uppgifterna

Redovisa Dina beräkningar och Din lösningsmetodik noga.

Motivera alla påståenden Du gör.

Använd alltid de standardmetoder som behandlats på föreläsningar och lektioner.

Skriv endast på ena sidan av lösningsbladen. Använd inte rödpenna.

Behandla ej fler än en huvuduppgift på varje blad.

Vid skrivningens slut

Sortera Dina lösningsblad i uppgiftsordning.

Markera på omslaget de uppgifter Du behandlat.

Kontrollräkna antalet inlämnade blad och fyll i antalet på omslaget.

Om du bifogar sidor från tentamen måste dessa sidor rivas ut och lämnas in som numrerade lösblad

(5p) Uppgift 1

a) Betrakta följande linjära optimeringsproblem

$$\min z = 7x_{12} + 8x_{13} + 5x_{14} - 2x_{23} + 7x_{24}$$

då

$$-x_{12} - x_{13} - x_{14} = -8$$

$$x_{12} - x_{23} - x_{24} = 0$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{43} = 5$$

$$x_{14} + x_{24} - x_{43} = 3$$

$$1 \leq x_{12} \leq 6$$

$$2 \leq x_{13} \leq 8$$

$$0 \leq x_{14} \leq 5$$

$$0 \leq x_{23} \leq 1$$

$$0 \leq x_{24} \leq 10$$

$$0 \leq x_{43} \leq 8,$$

som beskriver ett minkostnadsflödesproblem där x_{ij} beskriver flödet mellan noderna i och j . Din uppgift är att utifrån den matematiska modellen formulera problemet som ett minkostnadsflödesnätverk, inklusive bågdata (undre gräns, övre gräns samt kostnad) och samtliga nodstyrkor. (2p)

b) Ett företag tillverkar fyra olika produkter (benämnda A, B, C och D) vid fyra produktionslinjer (benämnda 1, 2, 3 och 4). På en produktionslinje kan flera olika produkter tillverkas, och tillverkningen av en produkt kan delas upp på flera produktionslinjer. I samband med att företaget formulerar en matematisk modell för att optimera sin produktion har följande variabler definierats

x_{ij} = antal enheter av produkt i som produceras på produktionslinje j , $i = A, B, C, D$,
 $j = 1, 2, 3, 4$ under den kommande månaden

Använd de definierade variablerna ovan och skapa bivillkor som säkerställer att följande uppfylls

- i) Totalt ska det produceras e_i enheter av respektive produkt den kommande månaden.
- ii) Det totala antalet enheter som produceras på respektive produktionslinje får inte överstiga f_j enheter den kommande månaden.
- iii) Den totala produktionen av produkt A och B på produktionslinje 2 och 3 får inte överstiga P enheter den kommande månaden.

(3p)

(5p) Uppgift 2

Ett företag tillverkar bord och stolar. Företaget har identifierat två kritiska moment i produktionskedjan som varje möbel måste gå igenom: montering och målning, och vill planera sin produktion för de närmaste två månaderna. Arbetstidsåtgången för montering/målning samt företagets tillgängliga arbetstid under de två månaderna står i tabellen nedan.

	Tidsåtgång (h)		Tillgänglig tid (h)	
	Bord	Stol	Månad 1	Månad 2
Montering	2	0,5	1200	2200
Målning	0,7	0,3	1000	1000

Om inte arbetstiden räcker kan företaget köpa in extra arbetstid (i monteringsstadiet, inte för målning) för 220 kr/h. Det finns 1000 extra timmar tillgängliga i månad 1 och 800 extra timmar tillgängliga i månad 2. Det begränsande råmaterialet för möbeltillverkningen är trä. Företaget kan köpa in trä för 23 kr/enhet under månad 1 och 30 kr/enhet under månad 2. För att tillverka ett bord krävs det 10 enheter trä och en stol kräver 4 enheter trä. Förtjänsten för ett bord är 900 kr, för en stol är den 300 kr. Företaget har ett trälager med en maxkapacitet på 4000 enheter som kostar 3 kr/enhet mellan månad 1 och 2. Initialt är lagret halvfullt. Företagets problem att maximera vinsten för de kommande två månaderna (intäkt minus kostnad för trä och övertid) har formulerats som ett linjärt optimeringsproblem och sedan lösts med AMPL/CPLEX.

Variabeldefinitioner:

x_{it} = antal enheter av i som tillverkas månad t , där $i = B(ord), S(tol)$ och $t = 1, 2$

l = antal enheter trä som lagras från månad 1 till 2

y_t = antal enheter trä som köps in månad t

o_t = antal timmar övertid som köps in under månad t

Parametrar:

T_t = antal timmar övertid tillgängliga under månad t

M_t = antal timmar tillgängliga för montering under månad t

N_t = antal timmar tillgängliga för målning under månad t

$$\max z = 900(x_{B1} + x_{B2}) + 300(x_{S1} + 3x_{S2}) - 3l - 220(o_1 + o_2) - 23y_1 - 30y_2$$

då

$$o_t \leq T_t, \quad t = 1, 2 \quad (\text{Max övertid})$$

$$2x_{Bt} + 0,5x_{St} \leq M_t + o_t, \quad t = 1, 2 \quad (\text{Montering})$$

$$0,7x_{Bt} + 0,3x_{St} \leq N_t, \quad t = 1, 2 \quad (\text{Målning})$$

$$l = 2000 + y_1 - 10x_{B1} - 4x_{S1}, \quad (\text{Lagerbalans månad 1})$$

$$0 = l + y_2 - 10x_{B1} - 4x_{S1}, \quad (\text{Lagerbalans månad 2})$$

$$l \leq 4000, \quad (\text{Maxlager})$$

$$x_{B1}, x_{B2}, l, y_1, y_2, o_1, o_2 \geq 0, \quad (\text{Icke - negativitet})$$

CPLEX 12.6.1.0: sensitivity				:	_conname	_con.slack	_con.dual	:=	
CPLEX 12.6.1.0: optimal solution;				1	ÖvertidsBegr[1]	0	1.6		
objective 1368720				2	ÖvertidsBegr[2]	800	0		
6 dual simplex iterations (4 in phase I)				3	MonteringsBegr[1]	0	221.6		
				4	MonteringsBegr[2]	0	216		
:	_varname	_var	_var.rc	:=	5	MålningsBegr[1]	0	324	
1	produktion['Bord',1]	640	0		6	MålningsBegr[2]	0	240	
2	produktion['Bord',2]	640	0		7	LagerSamband1	0	23	
3	produktion['Stol',1]	1840	0		8	LagerSamband2	0	30	
4	produktion['Stol',2]	1840	0		9	LagerBegr	0	4	
5	lager	4000	0						
6	inköp[1]	15760	0						
7	inköp[2]	9760	0		:	_conname	_con.down	_con.current	_con.up :=
8	övertid[1]	1000	0		1	ÖvertidsBegr[1]	966.667	1000	1085.71
9	övertid[2]	0	-4		2	ÖvertidsBegr[2]	0	800	1,00E+20
					3	MonteringsBegr[1]	1166.67	1200	1285.71
					4	MonteringsBegr[2]	2166.67	2200	2285.71
					5	MålningsBegr[1]	970	1000	1020
:	_varname	_var.down	_var.current	_var.up :=	6	MålningsBegr[2]	970	1000	1020
1	produktion['Bord',1]	898.667	900	1062	7	LagerSamband1	-1,00E+20	2000	17760
2	produktion['Bord',2]	720	900	903.333	8	LagerSamband2	-1,00E+20	0	9760
3	produktion['Stol',1]	259.5	300	300.571	9	LagerBegr	0	4000	13760
4	produktion['Stol',2]	298.571	300	377.143					
5	lager	-7	-3	1,00E+20					
6	inköp[1]	-25	-23	1,00E+20					
7	inköp[2]	-50	-30	-26					
8	övertid[1]	-221.6	-220	1,00E+20					
9	övertid[2]	-1,00E+20	-220	-216					

- Hur förändras målfunktionsvärdet, storlek och riktning av förändringen (+/- /oförändrad), om tillgången på extra arbetstiden i månad 2 minskar från 800 timmar till 600 timmar? (1p)
- Hur förändras målfunktionsvärdet, storlek och riktning av förändringen (+/- /oförändrad), om kostnaden för den extra arbetstiden i månad 1 minskar från 220 till 200 kr/timma? (2p)
- Ett bemanningsföretag erbjuder att förse företaget med personal till målningsmomentet i månad 2 motsvarande 30 timmar, till en kostnad av 4000 kr. Bör företaget anta erbjudandet? (2p)

(5p) Uppgift 3

Betrakta följande linjära optimeringsproblem

$$\max z = x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4$$

$$\text{då } x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 25$$

$$x_4 \leq 5$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- Formulera om problemet på standardform. (1p)
- Utifrån din lösning till a-uppgiften, bestäm en tillåten baslösning till problemet. (2p)
- Utifrån din lösning till b-uppgiften, bestäm reducerade kostnader för samtliga icke-basvariabler. (2p)

(5p) Uppgift 4

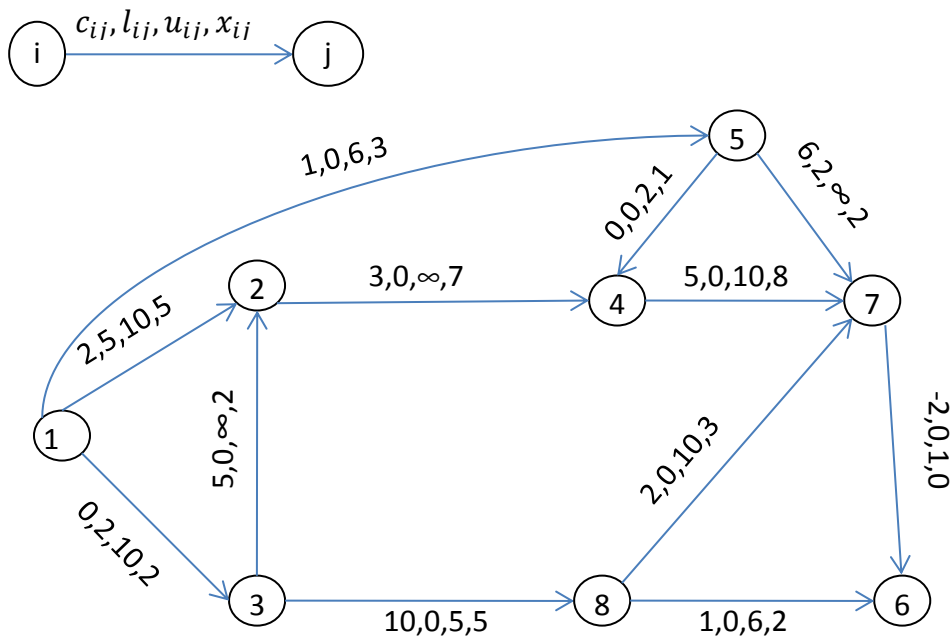
Betrakta följande simplextablå för ett *minimeringsproblem*, där några av värdena ersatts med a , b och c .

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	b
z	1	0	-0.5	a	0	0	b	2.5	17.5
x_5	0	0	1.5	1	0	1	-1.5	-0.5	12.5
x_4	0	0	0	0	1	0	5	0	5
x_1	0	1	0.5	0	0	0	-0.5	c	2.5

- Vilka variabler utgör basvariabler i tablån ovan? (1p)
- Ange den aktuella lösningen (samtliga variabelers värden) från tablån ovan. (1p)
- För vart och ett av fallen nedan, ge exempel på värden på a , b och c som gör att respektive fall inträffar. (3p)
 - x_6 är *inkommande* och efter nästa iteration är målfunktionsvärdet 12.5.
 - x_5 blir *utgående* i nästa iteration.
 - x_7 är *inkommande* och efter att nästa iteration har genomförts antar x_7 värdet 5.

(5p) Uppgift 5

Betrakta nedanstående minkostnadsflödesnätverk. Nod 1 och 3 är källor med styrka 10 respektive 5, och nod 6 och 7 är sänkor med styrka 2 respektive 13. Varje båge är märkt med kostnad, undre gräns, övre gräns, samt aktuellt flöde.



- Ta fram ett bastråd samt nodpriser, och visa att lösningen inte är optimal (2p)
- Gör en iteration med simplexmetoden för minkostnadsflödesproblem. Avgör om den nya lösningen är optimal (3p)