ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2018-01-05 kl. $8^{00} - 13^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. (a) Bestäm tangentplanet till ytan $xe^x = \sin(yz)$ i punkten $(0, \pi, 2)$. (3p)

   (b) Avgör med hjälp av definitionen om funktionen $f(x, y) = x+xy$ är differentierbar i punkten $(1, -1)$. (3p)

2. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x, y) = 2x^2 - 12xy + 9y^4$. (6p)

3. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen $f(x, y) = (x+2y)e^{-x^2-y^2}$ antar i området $x^2 + y^2 \leq 1$. (6p)

4. Bestäm (6p)
$$\iint_D \frac{xy}{(1 + x^2 + y^2)^2} dxdy$$
där D är det område i första kvadranten som begränsas av att $x^2 + y^2 \leq 9$.

5. Bestäm det största och det minsta värdet som funktionen $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ antar på skärningen mellan ytorna $x^2 + y^2 = 1$ och $yz = 1$. (6p)

6. Betrakta ekvationen (6p)
$$\sin(xyz) = x + y + z$$
Visa att ekvationen i någon omgivning av $(1, -1, 0)$ definierar z som en funktion av x och y. Bestäm också $z(1, -1)$, $z'_x(1, -1)$ och $z''_{xx}(1, -1)$.

7. Givet att $z \in \mathcal{C}^1$, lös den partiella differentialekvationen (6p)
$$x^2 z'_x + yz'_y = 1, \quad x > 0, \ y \geq 1$$
genom att utnyttja variabelbytet $u = \frac{1}{x} + \ln y$, $v = \frac{1}{y}$. Bestäm även den lösningen där $z(x, 1) = \ln x$.