

**Analys III, TNA006**

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. Bestäm tangentplanet till ytan  $z - \cos(xyz) = \frac{\pi}{2}$  i punkten  $(1, 1, \frac{\pi}{2})$ . (6p)

2. Bestäm en tangentvektor till skärningskurvan mellan ytorna  $x^2 + y^2 = 2$  och  $y^2 + z^2 = 2$  i punkten  $(-1, 1, 1)$  (6p)

3. Beräkna volymen av det område som begränsas av paraboloiderna  $z = x^2 + y^2$  och  $3z = 4 - x^2 - y^2$ . (6p)

4. Bestäm det största och det minsta värdet som funktionen  $f(x, y) = (x + y)e^{-x^2 - y^2}$  antar då  $x^2 + y^2 \leq 1$ . (6p)

5. Betrakta ekvation

$$e^{yz} - x^2 z \ln y = e$$

Visa att ekvationen i någon omgivning av  $(1, 1, 1)$  definierar  $z$  som funktion av  $x$  och  $y$ . Bestäm  $z(1, 1)$ ,  $z'_x(1, 1)$  och  $z'_y(1, 1)$ .

6. Givet att  $z \in \mathcal{C}^2$ , lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$x^2 z''_{xx} + 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} = 4x^2.$$

genom att utnyttja variabelbytet  $u = \frac{y}{x}$ ,  $v = x$ .

7. Bestäm ekvationen för den kurva som går genom punkten  $(1, 1)$  som skär alla nivåkurvor till  $f(x, y) = x^4 + y^2$  under rät vinkel. (6p)