

TSKS21 Signaler, information & bilder

Föreläsning 4

Introduktion till signaler och system

Mikael Olofsson
 Institutionen för Systemteknik (ISY)
 Ämnesområdet Elektroniska kretsar och system

Var har man nytta av signaler & system?

- Telekommunikation
Filtrering, modulation, estimering, equalizing, ...
- Reglerteknik
Modellering, styrning, återkoppling,...
- Signalbehandling
Spektralanalys, detektion, ...
- Bildbehandling
Flerdimensionell filtrering, detektion av objekt, ...
- Elektronik
Filter, implementering av allt ovan, ...
- ...

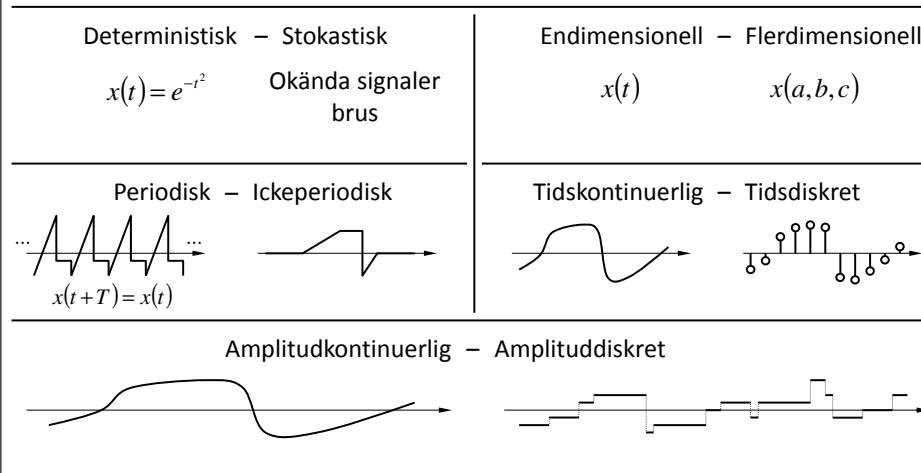
Vad är signaler & system?

- Signaler: Mätbara fysikaliska storheter.
Spänningar, strömmar, tryck, flöden, temperaturer, bilder, ...
- System: Något som påverkas av signaler och som genererar signaler som svar.
Elektriska nät, mekaniska system, hydrauliska system, ekonomiska system, bildbehandling, ...

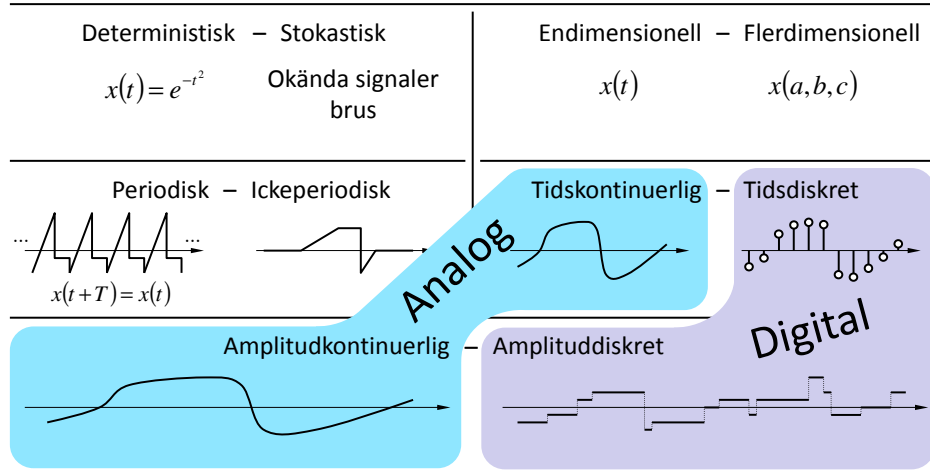


- Signaler & System: En teori för att analysera signaler och system.
Differential- och differensekvationer, faltning, transformering

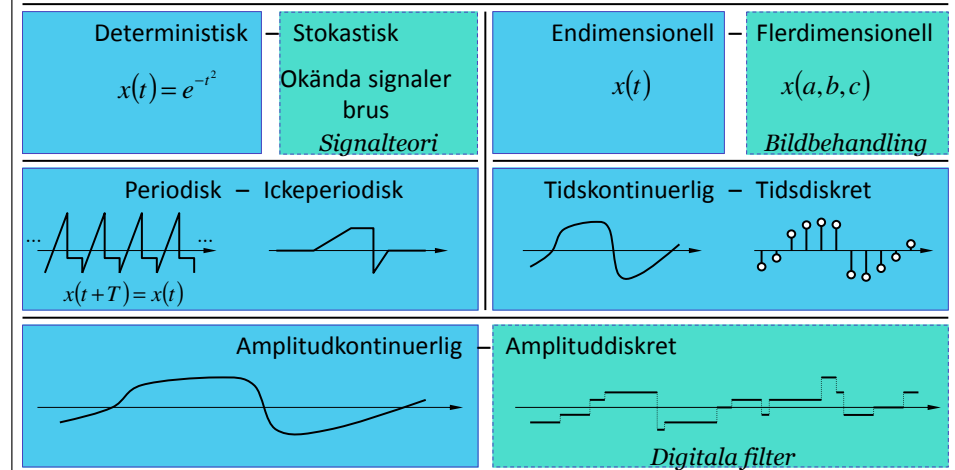
Klassificering av signaler – grunder



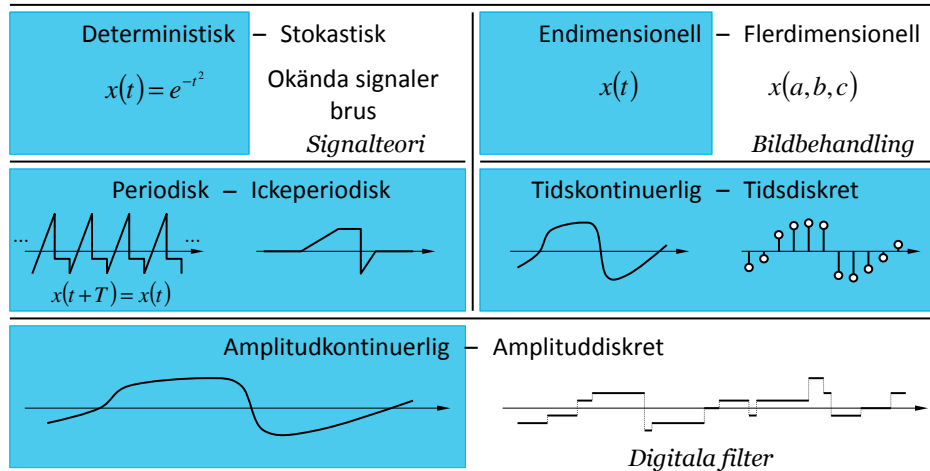
Klassificering av signaler – analog/digital



Klassificering av signaler – denna kurs



Klassificering av signaler – signaler & system



Fundamentala signaler i kontinuerlig tid

Komplex exponential: $e^{j2\pi f_0 t} = \cos(2\pi f_0 t) + j \sin(2\pi f_0 t)$

Enhetssteg: $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$

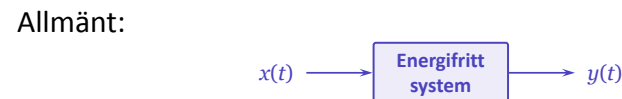
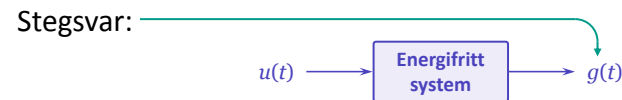
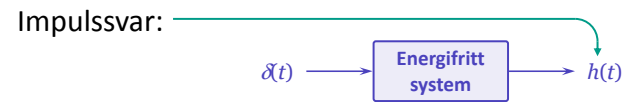
Enhetsimpuls: $\delta(t): \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t) dt = x(0)$

Egenskaper: $\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t - \tau) d\tau$

$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau \quad \delta(t) = \frac{d}{dt}u(t)$

$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$

Speciella utsignaler



Linjära system – bevarar linjärkombinationer

Ett system är **linjärt** om en linjärkombination av insignaler resulterar i motsvarande linjärkombination av utsignaler. Detta måste gälla för alla insignaler och alla linjärkombinationer.

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$$

Exempel linjärt:

$$\begin{array}{ll} y(t) = x(t-3) & y(t) = \frac{d}{dt}x(t) \\ y(t) = x(t^2) & y(t) = x(t)\cos(\omega t) \\ y(t) = x(-t) & y(t) = tx(t) \end{array}$$

Exempel icke linjärt:

$$\begin{array}{l} y(t) = x^2(t) \\ y(t) = 1/x(t) \end{array}$$

Klassificering av system – hjälp att beskriva utsignal givet insignal

För att kunna säga något om utsignalen från ett system, så behöver vi en beskrivning av systemet. Utifrån sådana beskrivningar kan vi klassificera system.

- Linjäritet: Bevarar linjärkombinationer.
- Tidsinvarians: Uppför sig likadant hela tiden.
- LTI: Linjär och tidsinvariant.
- Kausala system: Känner inte till framtiden.
- Antikausala: Känner inte till historien.
- Ickekausala: Behöver känna till både historien och framtiden.
- Stabila system: Uppför sig kontrollerat.
- Marginellt stabila system: Uppför sig nästan kontrollerat.
- Instabila system: Uppför sig okontrollerat.

Tidsinvarianta system – uppför sig alltid likadant

Ett system är **tidsinvariant** om en fördröjning av dess insignal resulterar i motsvarande fördröjning av dess utsignal. Detta måste gälla för alla insignaler och alla fördröjningar. (Motsatsen kallas **tidsvariabel**.)

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad x(t-\tau) \rightarrow y(t-\tau)$$

Exempel tidsinvariant:

$$\begin{array}{ll} y(t) = x(t-3) & y(t) = \frac{d}{dt}x(t) \\ y(t) = x^2(t) & y(t) = 1/x(t) \end{array}$$

Exempel tidsvariabelt:

$$\begin{array}{ll} y(t) = x(t)\cos(\omega t) & y(t) = x(-t) \\ y(t) = tx(t) & y(t) = x(t^2) \end{array}$$

LTI

– Linjär och tidsinvariant

Ett system kallas **LTI** om det är både linjärt (L) och tidsinvariant (TI).

$$\left. \begin{array}{l} x_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ x_2(t) \rightarrow y_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_1 x_1(t - \tau_1) + a_2 x_2(t - \tau_2) \\ a_1 y_1(t - \tau_1) + a_2 y_2(t - \tau_2) \end{array}$$

Exempel LTI:

$$y(t) = x(t - 3)$$

$$y(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

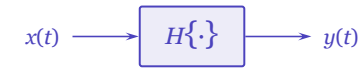
Exempel icke-LTI:

$$y(t) = x^2(t) \quad y(t) = 1/x(t)$$

$$y(t) = x(t^2) \quad y(t) = x(-t)$$

$$y(t) = t x(t) \quad y(t) = x(t) \cos(\omega t)$$

Utsignal från ett LTI-system



$$y(t) = H\{x(t)\} = H\left\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau\right\}$$

Linjäritet:
$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)H\{\delta(t-\tau)\}d\tau$$

Tidsinvarians:
$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = (x * h)(t)$$

Stegsvar:
$$g(t) = (u * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau$$

Faltning

Faltningen av signalerna $a(t)$ och $b(t)$:
$$(a * b)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)b(t-\tau)d\tau$$

Egenskaper:

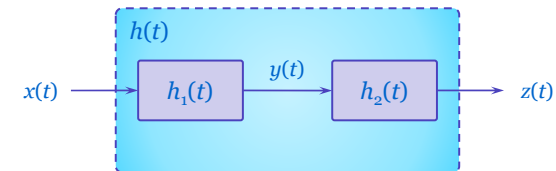
Bilinjär: Fixera en av dem, linjär m.a.p. den andra.

Kommutativ:
$$(a * b)(t) = (b * a)(t)$$

Associativ:
$$((a * b) * c)(t) = (a * (b * c))(t)$$

Konvergens: Om $\int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|dt$ är konvergent och $b(t)$ ändlig.
...eller tvärt om.

Kaskadkopplade LTI-system



Ett system bestående av LTI-system är ett LTI-system.

$$y(t) = (x * h_1)(t) \xrightarrow{\text{associativitet}} z(t) = (y * h_2)(t) = ((x * h_1) * h_2)(t) = (x * (h_1 * h_2))(t)$$

Identifiera i
$$z(t) = (x * h)(t) \Rightarrow h(t) = (h_1 * h_2)(t)$$

Mikael Olofsson
ISY/KS

www.liu.se