

TSKS21 Signaler, information & bilder

Föreläsning 5

Signaler och system – tidsdomänen

Mikael Olofsson
Institutionen för Systemteknik (ISY)
Ämnesområdet Kommunikationssystem

Kausala system

– Känner inte till framtiden

Ett system är **kausalt** om dess utsignal inte beror på framtida värden hos insignalen. Detta ska gälla för alla insignaler och alla tidpunkter.

Exempel på kausala system:

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= x(t)\cos(\omega t) \\ y(t) &= x^2(t)\cos(\omega t) \end{aligned} \right\} \text{ – även momentana}$$
$$\left. \begin{aligned} y(t) &= x(t-3) \\ y(t) &= x^2(t-3) \\ y(t) &= \int_{t-1}^t x(\tau)d\tau \end{aligned} \right\} \text{ – även dynamiska}$$

Antikausala system

– Känner inte till historien

Ett system är **antikausalt** om dess utsignal inte beror på historiska värden hos insignalen. Detta ska gälla för alla insignaler och alla tidpunkter.

Exempel på antikausala system:

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= x(t)\cos(\omega t) \\ y(t) &= x^2(t)\cos(\omega t) \end{aligned} \right\} \text{ – även momentana}$$
$$\left. \begin{aligned} y(t) &= x(t+3) \\ y(t) &= x^2(t+3) \\ y(t) &= \int_t^{t+1} x(\tau)d\tau \end{aligned} \right\} \text{ – även dynamiska}$$

Allmänt ickekausala system

– Känner både till historien och framtiden

Ett system som varken är kausalt eller antikausalt kallas **allmänt ickekausalt**.

Allmänt ickekausala system är dynamiska.

Exempel på allmänt ickekausala system :

$$y(t) = x(t+3) + x(t-3)$$
$$y(t) = x^2(t+3) - x(t-3)$$
$$y(t) = \frac{1}{2} \int_{t-1}^{t+1} x(\tau)d\tau$$

Stabila system

– uppför sig på ett kontrollerat sätt

Ett system kallas **stabil** (BIBO-stabil) om en ändlig insignal resulterar i en ändlig utsignal. Detta ska gälla för alla ändliga insignaler och alla tidpunkter. Motsatsen kallas **ickestabil**.

$$|x(t)| < M \quad \forall t \quad \Rightarrow \quad |y(t)| < N \quad \forall t$$

Exempel stabil:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t-3) & y(t) &= x(-t) \\ y(t) &= x^2(t) & y(t) &= x(t^2) \\ y(t) &= x(t)\cos(\omega t) \end{aligned}$$

Exempel ickestabil:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{d}{dt} x(t) & y(t) &= 1/x(t) \\ y(t) &= t x(t) \end{aligned}$$

Kausalitet och stabilitet för LTI-system

Ett LTI-system är fullständigt beskrivet av sitt impulssvar.

$$\text{Kausalitet} \quad \Leftrightarrow \quad h(t) = 0, \quad t < 0 \quad \Leftrightarrow \quad g(t) = 0, \quad t < 0$$

$$\text{Antikausalitet} \quad \Leftrightarrow \quad h(t) = 0, \quad t > 0$$

$$\text{Stabilitet} \quad \Leftrightarrow \quad \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \text{ konvergent (absolutintegrerbart)}$$

$$\begin{aligned} \text{Marginell stabilitet} \quad \Leftrightarrow \quad & \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \text{ ickekonvergent} \\ & \text{och } |h(t)| < M \text{ (ändlig)} \end{aligned}$$

Marginellt stabil

– ett specialfall av ickestabil

Ickestabila system kan delas in i två typer – strikt ickestabila och marginellt stabila. Ett **marginellt stabilt** system uppför sig som om det vore stabilt för vissa begränsade insignaler, men inte för andra.

Exempel marginellt stabila system:

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \quad y(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

Mikael Olofsson
ISY/KS

www.liu.se