ITN
Linköpings universitet
Tentamen, TEN1

Hjälpmedel: Inga
2016-10-24 kl. $14^{00} - 19^{00}$

Analys III, TNA006

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. (a) Bestäm tangentplanet till ytan $xyz + z^3 = 7$ i punkten $(3, 2, 1)$. (3p)

   (b) Bestäm tangentplanet till ytan $z = x^2y^3$ i punkten $(1, -1, -1)$. (3p)

2. Bestäm alla extrempunkter till funktionen (6p)

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2y + y^3 - 15y.$$

3. Bestäm $\iint_D x^2 e^{x^2+4y^2} dxdy$ då D är området som ges av att $x^2 + 4y^2 \leq 1$. (6p)

4. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen $f(x, y, z) = xyz$ antar då $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$. (6p)

5. Beräkna (6p)

$$\iiint_D yzdxdydz$$

   där D är tetraedern med hörn i punkterna $(0, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 1)$ och $(0, 1, 1)$.

6. Betrakta ekvationen (6p)

$$(1 + x^2 + y)z^5 + e^{x+y}z = 2$$

   Visa att ekvationen i någon omgivning av $(0, 0, 1)$ definierar z som en funktion av x och y. Bestäm också Taylorutvecklingen av grad ett för $z(x, y)$ kring origo.

7. Givet att $z \in \mathcal{C}^2$, lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$z''_{xx} - yz''_{yy} - \frac{1}{2}z'_y = 0, \quad y > 0$$

   genom att utnyttja variabelbytet $u = x - 2\sqrt{y}$, $v = x + 2\sqrt{y}$.