

**Analys III, TNA006**

För att erhålla full poäng krävs väl motiverade lösningar, svar utan motivering ger alltid 0p.

---

1. (a) Bestäm riktningsderivatan i riktningen  $(3, 4)$  av funktionen  $f(x, y) = x^4 + y^4$  i punkten  $(-1, 1)$ . (3p)

- (b) Bestäm alla räta linjer som tangerar kurvan  $x^4 + y^4 = 17$  och är parallella med linjen  $8x + y = 1$ . (3p)

2. Bestäm alla extrempunkter till funktionen (6p)

$$f(x, y) = xy^2 + x^2 - 2x.$$

3. Bestäm (6p)

$$\int_0^1 \left( \int_y^1 \frac{y \sin x}{x} dx \right) dy.$$

4. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen  $f(x, y) = x^2 y e^{-x^2 - 2y^2}$  antar då  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . (6p)

5. Betrakta ekvationen (6p)

$$x^2 + y + e^{x^2 y} = 1$$

Visa att ekvationen i någon omgivning av  $(0, 0)$  definierar  $y$  som en funktion av  $x$ . Bestäm också  $y(0)$ ,  $y'(0)$  och  $y''(0)$ .

6. Beräkna (6p)

$$\iiint_D yz dx dy dz$$

där  $D$  är det område som begränsas av ytorna  $x = y^2$ ,  $x + z = 1$ ,  $z = 0$  och  $y = 0$ .

7. Givet att  $z \in \mathcal{C}^2$ , lös den partiella differentialekvationen (6p)

$$xz''_{xy} - yz''_{yy} - z'_y = x^3 y, \quad x, y > 0$$

genom att utnyttja variabelbytet  $u = xy$ ,  $v = x$ .