

Kontrollskrivning 1 - 2013

Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer

Kurskod:	TNIU22
Examination:	KTR1
Max:	12 p
Bonus 2 p:	Vid resultat 8–12 p
Bonus 1 p:	Vid resultat 5–7 p
Bonus 0 p:	Vid resultat 0–4 p
Lösningar:	Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Inga
Skrivtid:	2013-11-25 kl. 08:00–10:00

1.

- a. Vad krävs för att en funktion skall vara kontinuerlig *i en punkt*?

Svar: Se definition 3.5 i läroboken samt isolerad punkt (samma sida)

- b. Berätta med egna ord vad satsen om mellanliggande värde anger.

Svar: Se sats 3.9 i läroboken

- c. Förklara varför det inte räcker med att en funktion är strängt monotont och kontinuerlig för att den ska ha en invers som är kontinuerlig.

Svar: Detta kan exempelvis visas med funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{då } x \leq 3 \\ x - 2 & \text{då } x > 4 \end{cases}$$

som har delad definitionsmängd men trots allt är strängt monotont (strängt växande) och kontinuerlig (på hela sin definitionsmängd). Studerar man dess invers (rita och se) upptäcker man att inversen, som givetvis existerar tack vare att funktionen är strängt växande, inte är kontinuerlig i $x = 2$; $\lim_{x \rightarrow 2} f^{-1}(x)$ existerar inte p.g.a. delad definitionsmängd på "olämpligt" ställe hos $f(x)$. Detta känns kanske oväntat men blir tydligt då funktionskurvan skissas.

3 p

2. Lös ekvationen:

$$\arcsin x = \arctan 2x$$

$$\text{Svar: } x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ eller } x = 0$$

3 p

3. Bestäm a så att $f(x)$ blir en kontinuerlig funktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+4x} - \sqrt{4-4x}}{x} & \text{för } x \neq 0 \\ a & \text{för } x = 0 \end{cases}$$

Svar: $a = 2$

3 p

4. Bestäm gränsvärdena:

a.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{18x^2}$$

Svar: $\frac{1}{4}$

b.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{2x}$$

Svar: 2

c.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{6x}$$

Svar: e^2

3 p