

## Kontrollskrivning 1 - 2016

### *Envariabelanalys del 1 för byggnadsingenjörer*

Kurskod: TNIU22  
Examination: KTR1  
Max: 12 p  
Bonus 2 p: Vid minst 8 p  
Bonus 1 p: Vid minst 5 p  
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, gradskiva och passare  
Skrivtid: 2016-11-23, 08:00–10:00  
Jour: Peter Holgersson 0705-19 99 92

---

1. Lös olikheten:

$$\ln(x^2 - 8) \geq \ln 2x$$

3 p

Svar:  $x \geq 4$

2. Beräkna gränsvärdena:

a.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{8x^2}$$

Förlängning med täljarens konjugat ger svar:  $\frac{1}{4}$

b.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 6x}}{2x}$$

Utbrytning av det dominerande ger svar:  $-\frac{1}{2}$

c.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{6x}\right)^{3x}$$

Standardgränsvärdet för  $e$  ger svar:  $\sqrt{e}$

3 p

3. Låt  $f(x) < g(x) < h(x)$  för alla  $x > 0$ .

Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$  om  $f(x) = \frac{4}{\pi} \arctan x$  och  $h(x) = 2 + \frac{1}{e^x}$ .

Instängning och hänvisning till tilläggsats ger svar: 2

3 p

4. Skissa kurvor och para ihop funktion med tillhörande påstående:

- |    |  |      |  |
|----|--|------|--|
| a) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & , 2 < x \leq 4 \end{cases}$    | i)   | Funktionen är kontinuerlig, strängt monoton och har kontinuerlig invers.       |
| b) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$    | ii)  | Funktionen är kontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers.         |
| c) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & , 1 < x \leq 3 \end{cases}$    | iii) | Funktionen är kontinuerlig, är strängt monoton och har diskontinuerlig invers. |
| d) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & , 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$ | iv)  | Funktionen är diskontinuerlig, är inte strängt monoton och saknar invers.      |
| e) | $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x - 2 & , 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ | v)   | Funktionen är diskontinuerlig, är strängt monoton och har kontinuerlig invers. |

Svar:  $a = iii$ ,  $b = iv$ ,  $c = v$ ,  $d = i$  och  $e = ii$

3 p