

Kontrollskrivning 1 – 2017

Envariabelanalys del 2

Kurskod: TNIU23
Examination: KTR1
Max: 12 p
Bonus 2 p: Vid resultat 8–12 p
Bonus 1 p: Vid resultat 5–7 p
Lösningar: Fullständiga med tankegångar och tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal, kurvmall
Skrivtid: 2017-02-02 kl 08:00-10:00
Jour: Peter Holgersson 0705-19 99 92

1. Bestäm följande primitiva funktioner.

a)

$$\int x \ln x \, dx$$

$$\text{Svar: } \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$$

b)

$$\int 6x \cos x^2 \, dx$$

$$\text{Svar: } 3 \sin x^2 + C$$

3 p

2. Formulera *Medelvärdessatsen för integraler* (med förklarande figur) och ange vilka förutsättningarna är för att satsen skall gälla.

Ledning: Se Sats 6.5 (sid 283-284)

3 p

3. Undersök om följande integraler är konvergenta eller divergenta.

a)

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Ledning: Två generaliseringar hävs i $x = -1$ och $x = 1$, två separata integraler, konvergent med värdet π

b)

$$\int_1^{\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2(1+x^2)} dx$$

Ledning: Partialbråsuppdelning ger $\int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$, generaliseringen hävs, konvergent med värdet $1 + \frac{\pi}{4}$

3 p

4.

a) Rita en förklarande figur till *Analysens huvudsats* och förklara vad uttrycket

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt$$

motsvaras av i figuren.

Ledning: Se sats 6.7 med figur från föreläsning 4. Uttrycket anger marginaltillväxten (ökningen) av integralen, då den högra gränsen x varierar. Denna tillväxt motsvaras av aktuellt funktionsvärde $f(x)$ i högerkant av $S(x)$

b) Bestäm

$$\frac{d}{dx} \int_{\sin x}^5 e^{t^2} dt$$

Svar: $-e^{\sin^2 x} \cos x$

3 p