

## Tentamen inom Matematisk Grundkurs

*Ordinarie tentamen för kursen HT 2011*

Kurskod: TNIU19  
Examination: TEN1  
Max: 18 p  
Betyg 5:  $\geq 15$  p  
Betyg 4:  $\geq 12$  p och minst 3 p på respektive Del I-III  
Betyg 3:  $\geq 9$  p och minst 2 p på respektive Del I-III  
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR1-KTR3  
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Inga  
Skrivtid: 2011-10-19, kl 08:00–13:00

---

### *Del I*

1. Vid betyg 3 på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|x - 3| - |x - 5| = 0$$

Svar:  $x = 4$  (tre fall studeras)

- b) Dela upp i partialbråk

$$\frac{15x + 43}{x^2 + 6x + 5}$$

Svar:  $\frac{7}{x+1} + \frac{8}{x+5}$

- c) Utveckla uttrycket och förenkla så långt som möjligt

$$(x - 1)^6$$

Svar:  $x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1$  (ex. m.h.a. binomialkoefficienter)

**3 p**

2. Lös olikheten

$$\frac{x^2 - 9x + 14}{x - 2} \geq 0$$

Svar:  $x \geq 7$  (med korrekt behandling av  $x = 2$ )

3 p

### Del II

3. Vid betyg 3 på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Bestäm  $\tan \frac{4\pi}{3}$  med hjälp av triangel i enhetscirkeln.

Svar:  $\sqrt{3}$  (kvoten av tillhörande sinus- och cosinusvärde)

b) Lös ekvationen

$$\ln x + \ln 4x = 2 \ln 8$$

Svar:  $x = 4$  ( $x = -4$  förkastas)

c) Lös ekvationen

$$\sin^2 x + 5 \sin x + 4 = 0$$

Svar:  $x = \frac{3\pi}{2} + n2\pi$

3 p

4. Låt  $f(x) = x^2 + 4$  och  $g(x) = \sqrt{x - 4}$ .

Bestäm de sammansatta funktionerna  $y = f(g(x))$  och  $y = g(f(x))$  och deras definitionsmängder.

Svar:  $f(g(x)) = x$  för  $x \geq 4$  respektive  $g(f(x)) = |x|$  för  $x \in \mathbb{R}$

3 p

### Del III

5. Vid betyg 3 på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Förenkla följande uttryck och svara på rektangulär form ( $a + bi$ ):

- a) Lös ekvationen

$$iz^2 = 9$$

$$\text{Svar: } z = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} \mp \frac{3}{\sqrt{2}} i \text{ (notera olika tecken)}$$

- b) Förenkla uttrycket så långt som möjligt och svara på formen  $a + bi$

$$\frac{1+i}{1-i} + \frac{e^{i\pi} + e^{-i\pi}}{2}$$

$$\text{Svar: } z = -1 + i$$

- c) Lös ekvationen

$$2z + \bar{z} = 12 + 6i$$

$$\text{Svar: } z = 4 + 6i \text{ (fås genom } z = a + bi \text{ och } \bar{z} = a - bi)$$

3 p

6. Ekvationen nedan har fyra icke-reella rötter. Lös ekvationen.

$$z^4 + 2z^3 + 3z^2 + 2z + 2 = 0$$

$$\text{Svar: } z = \pm i \text{ eller } z = -1 \pm i \text{ (rotgissning och polynomdivision)}$$

3 p