

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Kompletterande tentamen 2 för kursen HT 2011

Kurskod: TNIU19
Examination: TEN1
Max: 18 p
Betyg 5: ≥ 15 p
Betyg 4: ≥ 12 p och minst 3 p på respektive Del I–III
Betyg 3: ≥ 9 p och minst 2 p på respektive Del I–III
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR1–KTR3
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar
Hjälpmedel: Inga
Skrivtid: 2012-08-21, kl 08:00–13:00
Visning: Peter Holgerssons kontor SP6220, tel. 0705-19 99 92

Del I

1. Vid betyg 3 på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen:

$$x^4 + 29x^2 + 100 = 0$$

Svar: Saknar reella rötter

b) Bestäm resten vid polynomdivision:

$$\frac{x^4 - 4x^2 + 9}{x + 1}$$

Svar: 6

c) Lös olikheten:

$$|x - 9| \geq 5$$

Svar: $x \leq 4$ eller $x \geq 14$

3 p

2. Dela upp uttrycket i partialbråk:

$$\frac{9x^2 + 11x + 6}{x^2(x + 2)}$$

$$\text{Svar: } \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x+2}$$

3 p

Del II

3. Vid betyg 3 på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Lös ekvationerna

a) $\sin 2x (1 - 2 \cos x) = 0$

$$\text{Svar: } x = \frac{n\pi}{2} \text{ eller } x = \pm \frac{\pi}{3} + n2\pi$$

b) $4 \sin^2 x = 3$

$$\text{Svar: } x = \frac{\pi}{3} \pm n\pi \text{ eller } \frac{2\pi}{3} \pm n\pi$$

c) $2 \ln x - \ln(2x + 8) = 0$

$$\text{Svar: } x = 4$$

3 p

4. Bestäm $f^{-1}(x)$ och skissa kurvorna till $f(x)$ och $f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem:

a) $y = f(x) = \ln(x - 2)$

Svar: Se kurshäftet

b) $y = f(x) = 2x + 2$

Svar: Se kurshäftet

c) $y = f(x) = \sin \frac{x}{2}$, $x \in [-\pi, \pi]$

Svar: Se kurshäftet

3 p

Del III

5. Vid betyg 3 på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

Förenkla följande uttryck och svara på rektangulär form ($a + bi$):

a) $\frac{2}{1+i}$

Svar: $1 - i$

b) $5e^{i2\pi/3} \cdot 3e^{-i\pi/3}$

Svar: $\frac{15}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2}i$

c) $\frac{e^{i\pi} + e^{-i\pi}}{2}$

Svar: -1

3 p

6. Lös ekvationen $z^2 - (4 + 8i)z - 17 + 4i = 0$

Svar: $z = 5 + 6i$ eller $z = -1 + 2i$

3 p