

## Tentamen inom Matematisk Grundkurs

*Kompletterande tentamen 1 för kursen HT 2013*

Kurskod: TNIU19  
Examination: TEN1  
Max: 18 p  
Betyg 5:  $\geq 15$  p  
Betyg 4:  $\geq 12$  p och minst 3 p på respektive Del I–III  
Betyg 3:  $\geq 9$  p och minst 2 p på respektive Del I–III  
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg G på tillhörande KTR1–KTR3  
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Skrivdon, linjal och cirkelmall eller passare  
Skrivtid: 2014-01-08, kl 08:00–13:00  
Examinator: Peter Holgersson, tel. 0705-19 99 92

---

### *Del I*

1. Vid betyg G på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|36-4x| = 8$$

Svar: Två fall ger  $x = 7$  eller  $x = 11$

- b) Lös olikheten

$$x^2 \geq 2x + 8$$

Svar: Faktorisering och teckenstudium ger  $x \in ]-\infty, -2] \cup [4, \infty[$

- c) Bestäm resten vid polynomdivision

$$\frac{x^3 - 6x + 7}{x - 2}$$

Svar: Kort eller lång division ger resten = 3

2. Lös olikheten

$$|x^2-9| \geq 3x + 9$$

Svar: Tre fall samt åtföljande faktorisering och teckenstudium ger  $x \in ]-\infty, 0] \cup [6, \infty[$

3 p

Del II

3. Vid betyg G på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen

$$2 \ln x^3 - 4 \ln x = 2$$

Svar: Logaritmlagarna ger  $x = e$

b) Lös ekvationen

$$\cos 2x + \sin^2 x = 1$$

Svar: "Cosinus för dubbla vinkel" samt "Trigettan" ger  $x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$

c) Lös ekvationen

$$(\lg x)^2 - 5 \lg x + 6 = 0$$

Svar: Logaritmlagarna ger andragradsekvation med  $x = 100$  eller  $x = 1000$

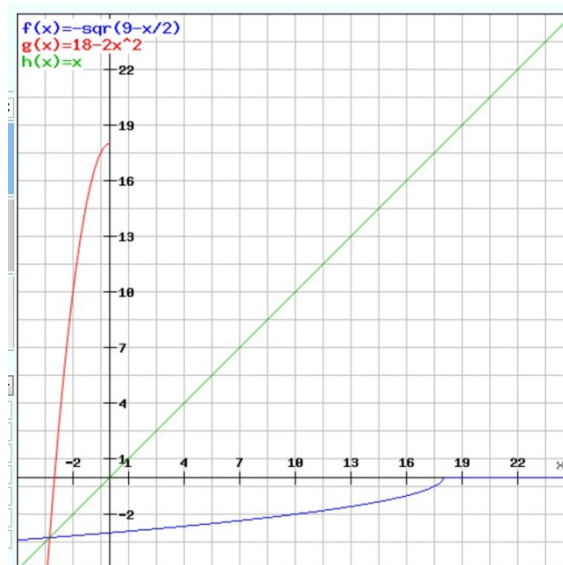
3 p

4. Låt  $f(x) = -\sqrt{9-\frac{x}{2}}$

Bestäm inversen  $f^{-1}(x)$  med tillhörande definitionsmängd och värdemängd samt skissa grafer till  $f(x)$  och  $f^{-1}(x)$  i ett gemensamt koordinatsystem.

Svar:  $f^{-1}(x) = 18-2x^2$  för  $D_{f^{-1}} = ]-\infty, 0]$  med

$V_{f^{-1}} = ]-\infty, 18]$  korrekta grafer och mängder.



3 p

Del III

5. Vid betyg G på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$

$$z^6 + 64 = 0$$

Svar: Lösning via polär form ger  $z = \pm 2$  eller  $z = \pm\sqrt{3} \pm i$  eller  $z = \pm\sqrt{3} \mp i$

b) Låt  $f(z) = -\frac{1}{z^2}$  ha definitionsmängden "innanför enhetscirkeln i andra kvadranten, förutom origo". Bestäm värdemängden.

Svar: "Utanför enhetscirkeln i tredje och fjärde kvadranten"

c) Lös ekvationen

$$z^2 - iz + 12 = 0$$

Svar: Kvadratkomplettering ger  $z_1 = -3$  eller  $z_2 = 4i$

3 p

6. Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$

$$z^4 - 2z^3 + 11z^2 - 2z + 10 = 0$$

Svar: Rotgissning och polynomdivision ger  $z = \pm i$  eller  $z = 1 \pm 3i$

3 p