

## Tentamen inom Matematisk Grundkurs

*Kompletterande tentamen 2 för kursen HT 2013*

Kurskod: TNIU19  
Examination: TEN1  
Max: 18 p  
Betyg 5:  $\geq 15$  p  
Betyg 4:  $\geq 12$  p och minst 3 p på respektive Del I–III  
Betyg 3:  $\geq 9$  p och minst 2 p på respektive Del I–III  
Bonus: Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg G på tillhörande KTR1–KTR3  
Lösningar: Fullständiga med tydligt angivna svar  
Hjälpmedel: Inga  
Skrivtid: 2014-08-26, kl 08:00–13:00  
Examinator: Peter Holgersson, tel. 0705-19 99 92

---

### *Del I*

1. Vid betyg G på KTR1 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$x^4 - 16x^2 - 225 = 0$$

Svar:  $x = \pm 5$

- b) Partialbråksuppdelning

$$\frac{5x + 3}{x^3 - x^2}$$

Svar:  $-\frac{8}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{8}{x-1}$

- c) Bestäm det rationella tal som har decimalutvecklingen

$$0.2161616 \dots = 0.2\overline{16}$$

Svar:  $\frac{214}{990} = \frac{107}{495}$

3 p

2. Lös olikheten

$$|x^2 - 4x| \leq 4 - x$$

Svar: Faktorisering av tre fall och teckenstudium ger  $x \in [-1, 1] \cup x = 4$

3 p

Del II

3. Vid betyg G på KTR2 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

a) Lös ekvationen

$$\sin 2x (1 - \cos 3x) = 0$$

Nollställning av respektive faktor ger  $x = \frac{n\pi}{2}$  eller  $x = \frac{n2\pi}{3}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

b) Förenkla uttrycket

$$\sin(\arctan 2x)$$

Hjälptriangel ger  $\frac{2x}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) Bestäm värdemängden för

$$f(x) = \sqrt{12 + 4x - x^2}$$

Kvadratkomplettering av andragradspolynomet under rottecknet ger  $V_f = [0, 4]$

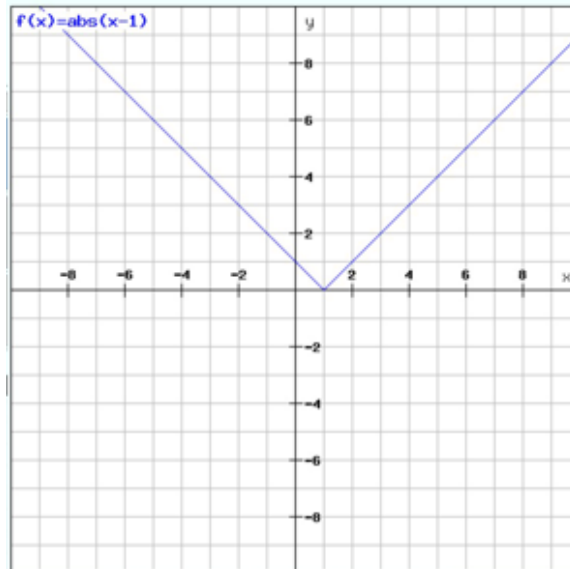
3 p

4. Låt  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$  och  $g(x) = x - 3$

Bestäm den sammansatta funktionen  $f(g(x))$  med tillhörande definitionsmängd och värdemängd samt skissa dess graf.

$$\text{Svar: } f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$$

Med  $D_f = ]-\infty, \infty[$  och  $V_f = [0, \infty[$



3 p

*Del III*

5. Vid betyg G på KTR3 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.

- a) Lös ekvationen

$$|z + 8i| = 2|z + 2i|$$

Svar: Genom att välja  $z = x + iy$  får man  $x^2 + y^2 = 16$  som motsvarar en cirkel i det komplexa talplanet med centrum i origo och radien  $r = 4$

- b) Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$

$$2iz^3 = \frac{16}{i}$$

Svar: De Moivres formel ger  $z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$  eller  $z_3 = -2$

- c) Markera i det komplexa talplanet

$$\operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}(z) + 2$$

Svar: Genom att välja  $z = x + iy$  får man  $y > x - 2$  vilket motsvarar området ovanför linjen  $y = x - 2$

3 p

6. Lös ekvationen och svara på formen  $a + bi$

$$z^4 - 2z^3 + 9z^2 - 8z + 20 = 0$$

Svar: Rotgissning och polynomdivision ger  $z = \pm 2i$  eller  $z = 1 \pm 2i$

3 p