INSTITUTIONEN FÖR TEKNIK OCH NATURVETENSKAP
Linköpings Tekniska Högskola
Peter Holgersson

Tentamen inom Matematisk Grundkurs

Ordinarie tentamen för kursen HT 2017

Kurskod:	TNIU19
Examination:	TEN2
Max:	18 p
Betyg 5:	≥ 15 p
Betyg 4:	≥ 12 p och minst 3 p på respektive Del I–III
Betyg 3:	≥ 9 p och minst 2 p på respektive Del I–III
Bonus:	Uppgifterna 1, 3 och/eller 5 tillgodoräknas vid betyg 3 på tillhörande KTR4–KTR6 (tidigare KTR1–KTR3) skrivna senast 1 år tidigare
Lösningar:	Fullständiga med tydligt angivna svar
Hjälpmedel:	Skrivdon, linjal, passare, gradskiva
Skrivtid:	2017-10-23, kl 08:00–13:00
Jour:	Peter Holgersson, 0705-19 99 92

Del I

1. *Vid betyg G på KTR4 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.*

a) Lös olikheten

$$\frac{x^2-6x+8}{x} < 0$$

Svar: $x \in \left]-\infty, 0\right[\cup \left]2, 4\right[$

b) Vilket bråk $\frac{a}{b}$ har följande decimalutveckling

$$\frac{a}{b} = 0{,}21313\ldots = 0{,}2\overline{13}$$

Svar: $x = \frac{211}{990}$

c) Lös ekvationen

$$|2x+3| = |x-3|$$

Svar: $x = -6$ eller $x = 0$

3 p

2. Partialbråksuppdela

$$\frac{3x^3 + 4x^2 + 2x + 1}{x^2(x^2 + 1)}$$

Svar: $\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{x+3}{x^2+1}$

3 p

Del II

3. *Vid betyg G på KTR5 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.*

Låt $y = f(x) = \sqrt{x + 9}$

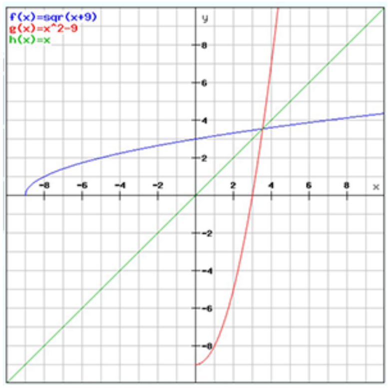
a) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

Svar: $D_f = [-9, \infty[$ och $V_f = [0, \infty[$

b) Bestäm inversen $f^{-1}(x)$ och ange dess definitionsmängd och värdemängd.

Svar: $f(x) = x^2 - 9$ med $D_{f^{-1}} = [0, \infty[$ och $V_{f^{-1}} = [-9, \infty[$

c) Skissa kurvorna till $f(x)$ och $f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem.

Svar: 

3 p

4.

Lös olikheten

$$\ln(x + 1) \leq \ln(1 - x^2)$$

Lösningstips: Olikheten existerar endast för $-1 < x < 1$.

Efter förenkling får man $x^2 + x \leq 0$ som efter

teckenstudium ger lösningen $-1 < x \leq 0$

3 p

Del III

5. *Vid betyg G på KTR6 erhåller man automatiskt 3 p på denna bonusuppgift. Ange i så fall "Bonus" istället för ett kryss i rutan för denna uppgift på försättsbladet.*

a) Lös ekvationen

$$4z^3 = 32i$$

Svar: $z = -2i$ eller $z = \pm\sqrt{3} + i$ eller motsvarande på polär form

b) Lös ekvationen

$$3z + \bar{z} = 12 + 8i$$

Svar: $z = 3 + 4i$

c) Lös ekvationen

$$|z - 2| = |z - 2i|$$

Svar: Alla punkter på den räta linjen $y = x$ med $y = \mathrm{Im}(z)$ och $x = \mathrm{Re}(z)$

3 p

6. Lös ekvationen $(1 + i)z^2 + (4 - 12i)z = 21 + 13i$

Lösningstips: Division ledvis med $(1 + i)$ ger ekvationen

$$z^2 - (4 + 8i)z - 17 + 4i = 0$$

som kvadratkompletteras och man får icke-reellt högerled

$$\left(z - (2 + 4i)\right)^2 = 5 + 12i$$

Ersättning av parentesen med $x + iy$ ger

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases},$$

efter studie av realdel, imaginärdel och absolutbelopp hos höger- och vänsterled.

Insättning av $x = \pm 3$ och $y = \pm 2$ ger därefter

$z_1 = 5 + 6i$ eller $z_2 = -1 + 2i$

3 p