

# Flervariabelanalys

Programkurs

6 hp

Calculus in Several Variables

TAIU08

Gäller från: 2022 VT

**Fastställd av**

Programnämnden för maskinteknik och  
design, MD

**Fastställandedatum**

2021-09-01

## Huvudområde

Matematik, Tillämpad matematik

## Utbildningsnivå

Grundnivå

## Fördjupningsnivå

G1X

## Kursen ges för

- Högskoleingenjörsprogram i datateknik
- Högskoleingenjörsprogram i elektronik
- Högskoleingenjörsprogram i kemisk analysteknik
- Högskoleingenjörsprogram i maskinteknik

## Rekommenderade förkunskaper

Linjär algebra, Envariabelanalys

## Lärandemål

Att du som student skall tillägna dig den förtrogenhet med matematiska begrepp, resonemang och samband som ryms inom flervariabelanalys samt den färdighet i kalkyl och problemlösning som behövs för de fortsatta studierna. Efter fullgjord kurs skall du kunna

- citera och förklara definitioner av begrepp såsom topologiska grundbegrepp, funktion, gränsvärde, kontinuitet, partiell derivata, lokal extrempunkt och multipelintegral.
- citera, förklara och använda centrala satser såsom differentierbarhet medför partiell deriverbarhet, kedjeregeln, Taylors formel, satsen om karakterisering av stationära punkter, satsen om lokala maxima och minima, implicita funktionsssatsen och variabelbytessatsen i multipelintegraler
- undersöka gränsvärden, kontinuitet, deriverbarhet och differentierbarhet samt använda kedjeregeln för att transformera och lösa partiella differentialekvationer
- förklara den geometriska betydelsen av riktningsderivata och gradient samt

- bestämma ekvationer för tangenter och tangentplan
- genomföra undersökningar av lokala maxima och minima
- förklara en implicit given funktions uppförande exempelvis genom att Taylorutveckla med hjälp av implicit derivering
- beräkna multipelintegraler med hjälp av upprepad integration och med hjälp av olika variabelbyten såsom linjära, polära och rymdpolära
- genomföra konvergensundersökningar av och beräkna generaliserade multipelintegraler
- utföra kontroller av resultat och delresultat för att verifiera att dessa är korrekta eller rimliga.

## Kursinnehåll

Rummet  $\mathbb{R}^n$ . Topologiska grundbegrepp. Funktioner från  $\mathbb{R}^n$  till  $\mathbb{R}^p$ . Funktionsytor, nivåkurvor och nivåytor. Gränsvärde och kontinuitet. Partiella derivator. Differentierbarhet och differential. Kedjeregeln. Gradient, normal, tangent och tangentplan. Riktningderivata. Taylors formel. Lokala maxima och minima. Implicit givna funktioner och implicit derivering. Multipelintegraler. Upprepad integration. Variabelbyte. Area, volym, massa och masscentrum. Generaliserade multipelintegraler.

## Undervisnings- och arbetsformer

Undervisningen ges i form av föreläsningar och lektioner.  
Kursen ges under ht1.

## Examination

TEN1	En skriftlig tentamen	U, 3, 4, 5	6 hp
------	-----------------------	------------	------

## Betygsskala

Fyrgradig skala, LiU, U, 3, 4, 5

## Övrig information

Påbyggnadskurser: Vektoranalys

### Om undervisnings- och examinationsspråk

Undervisningsspråk visas på respektive kurstillfälle på fliken "Översikt".

Examinationsspråk relaterar till undervisningsspråk enligt nedan:

- Om undervisningsspråk är "Svenska" kan kursen ges i sin helhet på svenska eller delvis på engelska. Examinationsspråk är svenska, men delar av examinationen kan ske på engelska.
- Om undervisningsspråk är Engelska ges kursen i sin helhet på engelska. Examinationsspråk är engelska.
- Om undervisningsspråk är "Svenska/Engelska" ges kursen i sin helhet på engelska om studenter utan tidigare kunskap i svenska språket deltar. Examinationsspråk följer undervisningsspråk.

## Övrigt

Kursen bedrivs på ett sådant sätt att både mäns och kvinnors erfarenhet och kunskaper synliggörs och utvecklas.

Planering och genomförande av kurs skall utgå från kursplanens formuleringar. Den kursvärdering som ingår i kursen skall därför genomföras med kursplanen som utgångspunkt.

Om det föreligger synnerliga skäl får rektor i särskilt beslut ange förutsättningarna för, och delegera rätten att besluta om, tillfälliga avsteg från denna kursplan.

## Institution

Matematiska institutionen

## Studierektor eller motsvarande

Jesper Thorén

## Examinator

Vitalij Tjatyрко

## Kurshemsida och andra länkar

<http://www.mai.liu.se/kurser/index-amne-tm.html>

## Undervisningstid

Preliminär schemalagd tid: 64 h

Rekommenderad självstudietid: 96 h

## Kurslitteratur

### Böcker

Persson, Arne, Böiers, Lars-Charister, (2005) *Analys i flera variabler 3.*, [omarb.] uppl.  
Lund : Studentlitteratur, 2005  
ISBN: 9144038690,9789144038698

### Kompendier

Problemsamling utgiven av matematiska institutionen.

# Generella bestämmelser

## Kursplan

För varje kurs ska en kursplan finnas. I kursplanen anges kursens mål och innehåll samt de särskilda förkunskaper som erfordras för att den studerande skall kunna tillgodogöra sig undervisningen.

## Schemaläggning

Schemaläggning av kurser görs enligt, för kursen, beslutad blockindelning.

## Avbrott och avanmälan på kurs

Enligt beslut vid Linköpings universitet om Riktlinjer och rutiner för bekräftelse av deltagande i utbildning med mera på grund- och avancerad nivå (Dnr LiU-2020-02256) skall avbrott i studier registreras i Ladok. Alla studenter som inte deltar i kurs man registrerat sig på är alltså skyldiga att anmäla avbrottet så att kursregistreringen kan

tas bort. Avanmälan eller avbrott från kurs görs via webbformulär, [www.lith.liu.se/for-studenter/kurskomplettering?f=sv](http://www.lith.liu.se/for-studenter/kurskomplettering?f=sv).

## Inställd kurs eller avvikelse från kursplanen

Kurser med få deltagare (< 10) kan ställas in eller organiseras på annat sätt än vad som är angivet i kursplanen. Om kurs skall ställas in eller avvikelse från kursplanen skall ske prövas och beslutas detta av dekanus.

## Riktlinjer rörande examination och examinator

Se Beslut om Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet Dnr LiU-2020-04501, (<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>).

Examinator för en kurs ska inneha en läraranställning vid LiU i enlighet med LiUs anställningsordning, Dnr LiU-2021-01204 (<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622784>). För kurser på

avancerad nivå kan följande lärare vara examinator: professor (även adjungerad och gästprofessor), biträdande professor (även adjungerad), universitetslektor (även adjungerad och gästlektor), biträdande universitetslektor eller postdoktor. För kurser på grundnivå kan följande lärare vara examinator: professor (även adjungerad och gästprofessor), biträdande professor (även adjungerad), universitetslektor (även adjungerad och gästlektor), biträdande universitetslektor, universitetsadjunkt (även adjungerad och gästadjunkt) eller postdoktor. I undantagsfall kan även en Timplärare utses som examinator på både grund- och avancerad nivå, se Tekniska fakultetsstyrelsen vidaredelegationer.

## Examination

### Principer för tentamina

Skriftlig och muntlig tentamen samt digital salstentamen och datortentamen ges minst tre gånger årligen; en gång omedelbart efter kursens slut, en gång i augustiperioden samt vanligtvis i en av omtentamensperioderna. Annan placering beslutas av programnämnden.

Principer för tentamensschemat för kurser som följer läsperioderna:

- kurser som ges Vt1 förstagångstentemas i mars och omtentemas i juni och i augusti
- kurser som ges Vt2 förstagångstentemas i maj och omtentemas i augusti och i oktober
- kurser som ges Ht1 förstagångstentemas i oktober och omtentemas i januari och augusti
- kurser som ges Ht2 förstagångstentemas i januari och omtentemas i mars och i augusti

Tentamensschemat utgår från blockindelningen men avvikelser kan förekomma främst för kurser som samläses/samtentemas av flera program samt i lägre årskurs.

För kurser som av programnämnden beslutats vara vartannatårskurser ges tentamina 3 gånger endast under det år kursen ges.

För kurser som flyttas eller ställs in så att de ej ges under något eller några år ges tentamina 3 gånger under det närmast följande året med tentamenstillfällen motsvarande dem som gällde före flyttningen av kursen.

När en kurs, eller ett tentamensmoment (TEN, DIT, DAT), ges för sista gången ska ordinarie tentamen och två omtentamina erbjudas. Därefter fasas examinationen ut med tre tentamina samtidigt som tentamen ges i eventuell ersättningskurs under det följande läsåret. Om ingen ersättningskurs finns ges tre tentamina i omtentamensperioder under det följande läsåret. Annan placering beslutas av programnämnden. I samtliga fall ges dessutom tentamen ytterligare en gång under det därpå följande året om inte programnämnden föreskriver annat. Totalt erbjuds alltså 6 omtentamenstillfällen, varav 2 ordinarie omtentamenstillfällen. I tentaansmälningssystemet markeras tentamina som ges för näst sista respektive sista gången.

Om en kurs ges i flera perioder under året (för program eller vid skilda tillfällen för olika program) beslutar programnämnden/programnämnderna gemensamt om placeringen av och antalet omtentamina.

## Omprov övriga examinerande moment

För riktlinjer för omprov vid andra examinerande moment än skriftliga tentamina, digital salstentamina och datortentamina hänvisas till de generella LiU-riktlinjerna för examination och examinator,

<http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>.

## Anmälan till tentamen

För deltagande i skriftlig tentamen, digital salstentamen och datortentamen är anmälan obligatorisk, se beslut i regelsamlingen

<https://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622682>. En oanmäld student kan således *inte* erbjudas plats. Anmälan till tentamen är öppen 30 kalenderdagar före provdatum och stänger 10 kalenderdagar innan provdatum om inget annat anges. Anmälan görs i Studentportalen eller via LiU-appen. Anvisad sal meddelas fyra dagar före tentamensdagen via e-post.

## Ordningsföreskrifter för studerande vid tentamensskrivningar

Se särskilt beslut i regelsamlingen: <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/622682>.

## Plussning



Vid Tekniska högskolan vid LiU har studerande rätt att genomgå förnyad examination (s.k. plussning) för högre betyg på skriftliga tentamina, digital salstentamina och datortentamina, dvs samtliga provmoment med modulkod TEN, DIT och DAT. På övriga examinationsmoment ges inte möjlighet till plussning, om inget annat anges i kursplan.

Plussning är ej möjlig på kurser som ingår i utfärdad examen.

## Betyg och examinationsformer

Företrädesvis skall betygen underkänd (U), godkänd (3), icke utan beröm godkänd (4) och med beröm godkänd (5) användas.

- Kurser med skriftlig tentamen och digital salstentamen skall ge betygen (U, 3, 4, 5).
- Kurser med stor del tillämpningsinriktade moment såsom laborationer, projekt eller grupparbeten får ges betygen underkänd (U) eller godkänd (G).
- Examensarbete samt självständigt arbete ger betyg underkänd (U) eller godkänd (G).

## Examinationsmoment och modulkloder

Nedan anges vad som gäller för de examinationsmoment med tillhörande modulkod som tillämpas vid Tekniska fakulteten vid Linköpings universitet.

- Skriftlig tentamen (TEN) och digital salstentamen (DIT) skall ge betyg (U, 3, 4, 5).
- Examinationsmoment som kan ge betygen underkänd (U) eller godkänd (G) är laboration (LAB), projekt (PRA), kontrollskrivning (KTR), digital kontrollskrivning (DIK), muntlig tentamen (MUN), datortentamen (DAT), uppgift (UPG), hemtentamen (HEM).
- Övriga examinationsmoment där examinationen uppfylls framför allt genom aktivt deltagande som basgrupp (BAS) eller moment (MOM) ger betygen underkänd (U) eller godkänd (G).
- Examinationsmomenten Opposition (OPPO) och Auskultation (AUSK) inom examensarbetet ger betyg underkänd (U) eller godkänd (G).

Allmänt gäller att:

- Obligatoriska kursmoment skall vara poängsatta och ges en modulkod.

- Examinationsmoment som ej är poängsatt får ej vara obligatoriskt. Det är frivilligt att delta på dessa moment och information om det samt tillhörande villkor skall tydligt framgå i den beskrivande texten.
- För kurser med flera examinationsmoment med graderad betygsskala skall det anges hur slutbetyg på kursen vägs samman.

För obligatoriska moment gäller att (i enlighet med Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet, <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>):

- Om det finns särskilda skäl, och om det med hänsyn till det obligatoriska momentets karaktär är möjligt, får examinator besluta att ersätta det obligatoriska momentet med en annan likvärdig uppgift.

För möjlighet till anpassade examinationsmoment gäller att (i enlighet med Riktlinjer för utbildning och examination på grundnivå och avancerad nivå vid Linköpings universitet, <http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/VisaBeslut/917592>):

- Om LiU:s koordinator för studenter med funktionsnedsättning har beviljat en student rätt till anpassad examination vid salstentamen har studenten rätt till det.
- Om koordinatören har gett studenten en rekommendation om anpassad examination eller alternativ examinationsform, får examinator besluta om detta om examinator bedömer det möjligt utifrån kursens mål.
- Examinator får också besluta om anpassad examination eller alternativ examinationsform om examinator bedömer att det finns synnerliga skäl och examinator bedömer det möjligt utifrån kursens mål.

## Rapportering av examinationsresultat

Rapportering av den studerandes examinationsresultat sker på respektive institution.

## Plagiering

Vid examination som innebär rapportskrivande och där studenten kan antas ha tillgång till andras källor (exempelvis vid självständiga arbeten, uppsatser etc) måste inlämnat material utformas i enlighet med god sed för källhänvisning (referenser eller citat med angivande av källa) vad gäller användning av andras text, bilder, idéer, data etc. Det ska även framgå ifall författaren återbrukat egen text, bilder, idéer, data etc från tidigare genomförd examination, exempelvis från kandidatarbete,

projektrapporter etc. (ibland kallat självplagiering).

Underlåtelse att ange sådana källor kan betraktas som försök till vilseledande vid examination.

## Försök till vilseledande

Vid grundad misstanke om att en student försökt vilseleda vid examination eller när en studieprestation ska bedömas ska enligt Högskoleförordningens 10 kapitel examinator anmäla det vidare till universitetets disciplinnämnd. Möjliga konsekvenser för den studerande är en avstängning från studierna eller en varning. För mer information se <https://www.student.liu.se/studenttjanster/lagar-regler-rattigheter?l=sv>.

## Regler

Universitetet är en statlig myndighet vars verksamhet regleras av lagar och förordningar, exempelvis Högskolelagen och Högskoleförordningen. Förutom lagar och förordningar styrs verksamheten av ett antal styrdokument. I Linköpings universitets egna regelverk samlas gällande beslut av regelkaraktär som fattats av universitetsstyrelse, rektor samt fakultets- och områdesstyrelser.

LiU:s regelsamling angående utbildning på grund- och avancerad nivå nås på [http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/Innehall/Utbildning\\_pa\\_grund-och\\_avancerad\\_niva](http://styrdokument.liu.se/Regelsamling/Innehall/Utbildning_pa_grund-och_avancerad_niva).